progetto non si è provveduto a realizzare mezzi adatti alla dispersione del calore così generato.

Le resistenze passive comprendono:

a) le resistenze d'attrito,

b) le resistenze del mezzo,

c) quelle dovute alla imperfetta elasticità degli organi che compongono la macchina stessa.

In questa sede saranno richiamati gli aspetti essenziali delle sole resistenze d'attrito.

1.17 Le resistenze d'attrito

Si distinguono, come è noto, due tipi diversi di attrito: l'attrito radente e l'attrito volvente.

L'attrito si dice radente se il moto relativo dei due corpi a contatto è un moto di strisciamento (v. fig.1.17–1,a), volvente se il moto relativo è di rotolamento (v. fig.1.17–1,b).

Pur essendo i due fenomeni di attrito sostanzialmente diversi, si ritiene per entrambi valida la relazione:

$$R = fN \tag{1.17-1}$$

con:

R = resistenza al moto relativo (v. fig.1.17–1),

$N = F$ = reazione normale del vincolo,

f = coefficiente di attrito, radente o volvente.

Per la (1.17-1), nota la reazione N, diretta secondo la normale comune alle due superfici a contatto, la determinazione della resistenza d'attrito R dipende da un'opportuna scelta del coefficiente d'attrito f.

Tale scelta può essere fatta, nel caso che il contatto tra le superfici sia diretto, cioè avvenga senza l'interposizione di sostanze, ad es. lubrificanti, ricorrendo alle tabelle riportate nei manuali; ma, per un'assegnata coppia di materiali, queste tabelle riportano in genere un intervallo di valori così ampio, che la valutazione della resistenza d'attrito presenta, anche in casi così semplici, margini di incertezza notevoli.

D'altra parte, nel caso sia predisposta la lubrificazione delle superfici a contatto, è spesso impossibile prevedere il tipo di lubrificazione che di fatto si realizza nel moto relativo, spesso variabile rapidamente col tempo, sicché

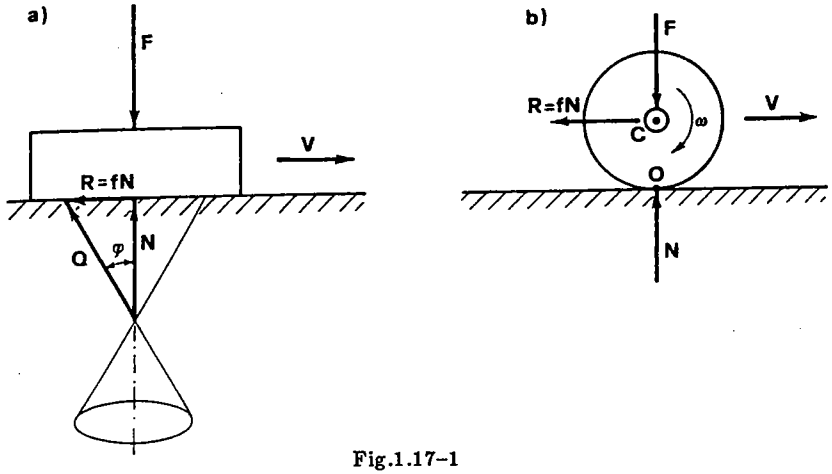


Fig.1.17–1

anche in questi casi il margine di incertezza nella valutazione delle resistenze risulta molto ampio.

Per questi motivi la determinazione delle resistenze d'attrito viene effettuata per via sperimentale.

Questa via, percorribile spesso con difficoltà, consente la determinazione delle resistenze passive e, come vedremo nel seguito, del rendimento meccanico di un meccanismo o di una macchina.

a) Resistenze d'attrito radente

Se il contatto delle superfici è diretto, cioè in assenza di lubrificante, vale, come è stato detto, la legge di Coulomb:

$$R = fN$$

con f indipendente dalla estensione dell'area di contatto e dalla velocità di strisciamento; il coefficiente d'attrito f dipende dalla natura e dallo stato delle superfici a contatto.

È da osservare che, nell'ipotesi di vincoli lisci, la reazione normale è l'unica reazione che il vincolo esercita sul corpo.

La presenza dell'attrito fa sì che sul corpo si eserciti, oltre alla reazione normale N, anche una reazione fN, normale alla prima (v. fig.1.17–1,a), per cui la reazione che in questo caso il vincolo esercita sul corpo, risulta pari alla risultante di queste due forze ed inclinata, rispetto alla normale

comune, di un angolo ϕ tale che:

$$\tan\phi = fN/N = f$$

L'angolo ϕ viene detto angolo di attrito ed il cono con angolo di apertura pari a ϕ, cono di attrito (v. fig.1.17–1,a).

Nel caso di contatto diretto il fenomeno dell'attrito è dovuto essenzialmente alla rugosità delle superfici a contatto, cioè alle asperità presenti su di esse (v. fig.1.17–2). Un organo meccanico, per quanto spinta possa essere stata la finitura superficiale, presenta infatti sulla sua superficie delle asperità, la cui altezza dipende dal tipo di lavorazione meccanica al quale il pezzo stesso è stato sottoposto.

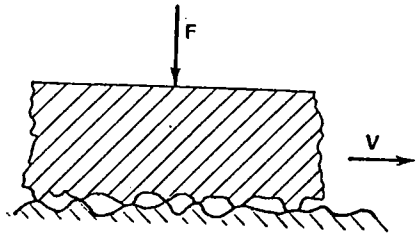


Fig.1.17–2

Secondo le più recenti interpretazioni del fenomeno dell'attrito, le asperità presenti sulle due superfici vengono a contatto tra loro e, per effetto delle elevate pressioni di contatto, si deformano, dando luogo a microgiunzioni o microsaldature.

Le forze di attrito sono dovute principalmente alla recisione di queste microgiunzioni durante il moto relativo dei due corpi.

L'asportazione delle asperità superficiali dà luogo al fenomeno dell'usura.

La rugosità di una superficie, espressa come altezza h delle asperità su di essa presenti, dipende dal tipo di macchina utensile usata per la lavorazione del pezzo secondo la seguente tabella:

Macchina utensile	$h\,\mu m$
Trapano	1.6
Fresatrice	1.5
Tornio	1.4
Alesatrice	1.0
Rettifica	0.6

Si distinguono di solito due coefficienti di attrito: uno statico o di primo distacco, l'altro cinetico.

Il coefficiente d'attrito statico ha un valore in genere più grande di quello cinetico, in quanto la resistenza d'attrito che si manifesta prima o all'atto del distacco delle due superfici è, a parità di N, più grande di quella che si manifesta a distacco avvenuto; in alcuni casi tali valori sono praticamente uguali.

Diverso si presenta il fenomeno se il contatto delle due superfici non è diretto, cioè se le stesse sono lubrificate.

In questo caso il coefficiente di attrito subisce una notevole riduzione, riduzione che risulta più marcata se la lubrificazione passa da condizioni di tipo limite o untuoso a quelle di tipo fluidodinamico.

La lubrificazione è di tipo limite o untuoso se alle due superfici aderiscono due strati sottili, al limite monomolecolari, di lubrificante: le molecole di questi due strati sottili aderiscono alle superfici dei due corpi per effetto delle forze di attrazione esercitate dalle molecole dei due solidi.

Lo spessore di ciascuno dei due strati è però così piccolo che le asperità presenti sulle due superfici, pur se ricoperte dai due strati di lubricante, si impegnano ancora nel contatto, dando luogo ad un fenomeno che non si discosta sostanzialmente da quello dell'attrito diretto.

Molto diverso è invece il fenomeno, se il moto relativo tra i due corpi è tale da portare a condizioni di lubrificazione fluidodinamica.

In questo caso il lubrificante, trascinato dalle due superfici in moto relativo, riesce ad interporsi tra le stesse, dando luogo ad un meato, il cui spessore, dell'ordine di centesimi di millimetro, è però sufficiente ad impedire che le asperità delle due superfici vengano tra loro a contatto.

La resistenza al moto è in questo caso dovuta alla resistenza che i filetti fluidi del meato incontrano a scorrere l'uno sull'altro, resistenza che dipende essenzialmente dalla viscosità del fluido lubrificante.

È tuttavia opportuno mettere subito in evidenza che, all'atto dell'avviamento di una macchina, le condizioni di lubrificazione sono certamente di tipo untuoso; tali condizioni si trasformano di solito in quelle più favorevoli di lubrificazione fluidodinamica quando la velocità della macchina e quindi quella relativa tra i vari organi, che la compongono, ha raggiunto valori sufficienti alla formazione di meati di spessore adeguato.

Nelle seguenti tabelle sono riportati, a puro titolo indicativo, alcuni valori del coefficiente d'attrito radente (Tab.1.17–1°) e dei coefficienti d'attrito radente per la coppia lubrificata perno–cuscinetto e con perno in acciaio (Tab.1.17–2°).

Tab.1.17–1°: Coefficienti d'attrito radente

Materiali a contatto	Statico	Cinetico
Acciaio – acciaio	0.45 – 0.80	0.15 – 0.50
Acciaio – ghisa	0.18 – 0.24	0.17 – 0.24

Tab.1.17–2°: Coefficienti d'attrito radente perno-cuscinetto

Materiale del cuscinetto	Lubrif.limite	Lubrif.fluidodinam.
Bronzo	0.14	0.015
Metallo bianco	0.24	0.002 – 0.006

b) L'attrito volvente

Come è stato già detto, si ritiene ancora valida la relazione:

$$R = fN \qquad (1.17\text{-}1)$$

dove:

f = coefficiente d'attrito volvente,

N = reazione normale.

Si cominci con l'osservare che nell'ipotesi di corpi rigidi e con superfici prive di qualsiasi discontinuità, il rotolamento di un corpo sull'altro non comporterebbe nessuna dispersione di energia: nelle ipotesi fatte infatti il contatto tra i due corpi si verificherebbe in corrispondenza di punti appartenenti all'asse di istantanea rotazione, cosicché le reazioni mutue tra i due corpi, reazioni agenti in quei punti stessi, non eseguirebbero alcun lavoro.

In pratica al rotolamento relativo di due corpi si oppone sempre una certa resistenza, che viene detta resistenza al rotolamento e che è di solito sensibilmente più piccola della resistenza allo strisciamento.

Le resistenze d'attrito volvente dipendono quindi dal fatto che i corpi reali non soddisfano completamente le ipotesi di rigidità e di continuità suddette: un corpo reale infatti non solo non è rigido, ma presenta inoltre una superficie che è discontinua per la rugosità, che, per quanto è stato detto, è caratteristica del tipo di macchina utensile, alla quale il corpo stesso è stato lavorato.

Per comprendere come la deformabilità dei corpi a contatto possa dar luogo ad una resistenza al rotolamento, si immagini che un rullo cilindrico rigido rotoli su un piano di materiale plastico (v. fig.1.17–3): una situazione reale, prossima a quella ipotizzata, si verifica nel caso di un rullo stradale, che rotola su uno strato di sabbia o pietrisco.

Nelle ipotesi fatte, durante l'avanzamento del rullo, il materiale plastico subisce una deformazione permanente, caratterizzata dall'abbassamento a della superficie del piano (v. fig.1.17–3).

La reazione normale N, che il piano esercita sul rullo, non può che essere applicata in un punto dell'arco di contatto OB e costituisce quindi, con la forza verticale F applicata al rullo, una coppia resistente.

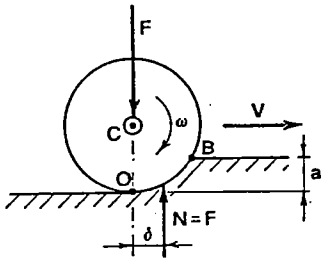


Fig.1.17–3

Se adesso ipotizziamo che il rullo cilindrico rigido avanzi su un piano di materiale elastico, la deformazione del piano, simmetrica rispetto alla verticale per O a rullo fermo, si mantiene tale anche quando il rullo avanza sul piano (v. fig.1.17–4): a questo proposito va ricordato che per un corpo perfettamente elastico la deformazione dipende solo dalla sollecitazione e che a questa si adegua senza ritardo, quando la sollecitazione varia col tempo.

Nelle ipotesi fatte la reazione normale N, che il piano esercita sul rullo, risulta allineata con la F e non dà luogo quindi ad alcuna coppia resistente.

Nel caso in cui sia il piano che il rullo considerati siano costituiti da materiali reali, il cui comportamento può considerarsi intermedio fra quelli limiti considerati, la reazione normale N si sposta nel verso del moto di una quantità b rispetto ad O, costituendo con la F una coppia resistente (v. fig.1.17–5): il braccio b di questa coppia dipenderà dalle anomalie elastiche dei materiali del piano e del rullo (isteresi elastica, elasticità susseguente, ecc.).

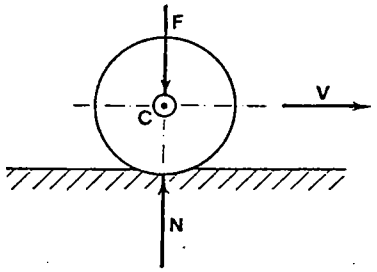


Fig.1.17–4

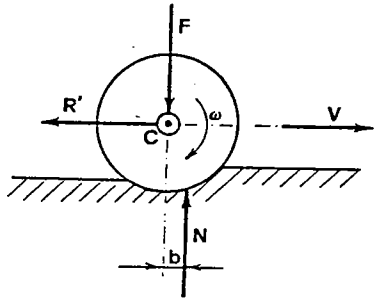


Fig.1.17–5

Indicato con M_r il momento di questa coppia resistente:

$$M_r = Nb$$

il lavoro dissipato in una rotazione elementare $d\theta$ è dato da:

$$dL_p = M_r\, d\theta$$

Lo stesso lavoro è dissipato da una forza resistente fittizia R', applicata in C (v. fig.1.17–5), se essa soddisfa alla relazione:

$$R' r\, d\theta = M_r\, d\theta$$

cioè se risulta:

$$R' = (b/r)N \qquad (1.17\text{-}2)$$

Ponendo:

$$b/r = f' \qquad (1.17\text{-}3)$$

si ottiene:

$$R' = f' N \qquad (1.17\text{-}4)$$

che esprime la resistenza al rotolamento, dovuta all'imperfetta elasticità, nella forma generale (1.17-1).

Per quanto si riferisce alle resistenze dovute agli urti contro le asperità superficiali, è opportuno osservare che resistenze di questo tipo si manifestano, ad es., nel rotolamento della ruota di un autoveicolo sulla superficie stradale, della ruota di un veicolo ferroviario sulla rotaia.

Se il fenomeno viene schematizzato come in fig.1.17–6, l'urto del cilindro di raggio r contro l'asperità di altezza h, con $h \ll r$, provoca una variazione finita del centro di istantanea rotazione, che passa da O_1 ad O_2.

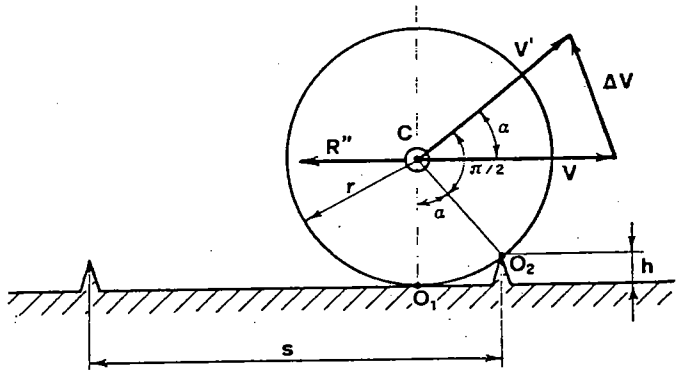


Fig.1.17–6

La velocità di avanzamento $\bar{v}$ del cilindro (uguale a quella di C) passa istantaneamente da $\bar{v}$ a $\bar{v}'$, essendo questi vettori normali alle congiungenti C con O_1 e O_2 rispettivamente.

Poiché, per l'ipotesi fatta ($h \ll r$), l'angolo α, formato da $\bar{v}$ e $\bar{v}'$, è molto piccolo, si può porre:

$$h = r(1 - \cos\alpha) \cong r\alpha^2/2$$

essendo:

$$\cos\alpha \cong 1 - \alpha^2/2$$

per cui risulta:

$$\Delta v = v\alpha = v\sqrt{2h/r}$$

Supponendo che dopo l'urto il cilindro continui a rotolare sul piano, la perdita di energia cinetica, conseguente all'urto, può essere calcolata col teorema di Carnot.

Indicata con m la massa della ruota e degli organi ad essa collegati, si può scrivere:

$$\Delta E = \frac{1}{2} m(\Delta v)^2 = m v^2 h / r$$

A questo riguardo va osservato che la perdita di energia cinetica così calcolata è quella che corrisponde ad un urto plastico e rappresenta, per questa ragione, la più grande perdita di energia cinetica conseguente ad un urto.

Si può inoltre pensare che tale dissipazione di energia sia dovuta ad una resistenza R'', applicata in C, e che quindi risulti uguale al lavoro che questa resistenza compie nello spostamento s tra l'asperità considerata e la successiva (v. fig.1.17–6).

In queste ipotesi si può porre:

$$R'' s = \Delta E = m v^2 h / r$$

e risulta quindi:

$$R'' = m v^2 h / r s \qquad (1.17\text{-}5)$$

Allo scopo di chiarire come da questa relazione si passi ad una del tipo (1.17-1), si immagini che il corpo che rotola sia la ruota di un autoveicolo.

In questo caso (v. fig.1.17–7), tenendo conto di come è realizzata la sospensione dell'autoveicolo, si può ritenere che la sola ruota partecipi al fenomeno dell'urto contro le asperità stradali, mentre la massa sospesa non cambia sostanzialmente il suo moto.

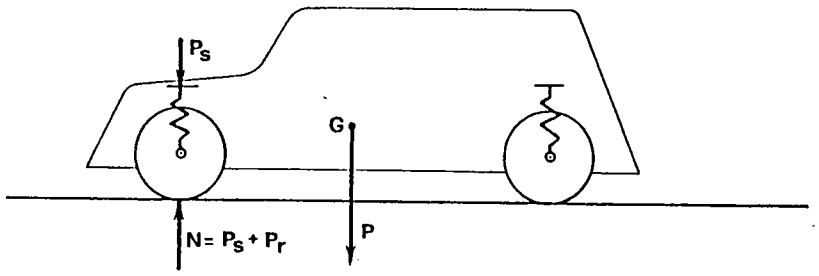


Fig.1.17–7

Indicata con P_s l'aliquota del peso P della massa sospesa, che grava sulla molla di sospensione della ruota in esame, e con P_r il peso della ruota stessa, la reazione normale N del piano stradale vale:

$$N = P_s + P_r = (M + m)g \qquad (1.17\text{-}6)$$

avendo indicato con M e m rispettivamente le masse corrispondenti a P_s e P_r.

Dividendo e moltiplicando il secondo membro della (1.17-5) per N, si ottiene:

$$R'' = \frac{m}{m+M}\frac{1}{g}\frac{v^2 h}{rs} N = f'' N \qquad (1.17\text{-}7)$$

dove:

$$f'' = \frac{m}{m+M}\frac{1}{g}\frac{v^2 h}{rs} \qquad (1.17\text{-}8)$$

Per le (1.17-4) e (1.17-7) la resistenza totale R al rotolamento risulta data da:

$$R = R' + R'' = (f' + f'')N = fN \qquad (1.17\text{-}9)$$

con:

$$f = f' + f'' = \frac{h}{r} + \frac{m}{m+M}\frac{1}{g}\frac{v^2 h}{rs} \qquad (1.17\text{-}10)$$

Il coefficiente adimensionale f rappresenta il coefficiente di attrito volvente: nei limiti di validità che derivano dalle numerose ipotesi fatte per ottenerla, la (1.17-10) fornisce le seguenti indicazioni.

Per ottenere un basso coefficiente di attrito volvente è necessario che:

1) il raggio r della ruota sia il più grande possibile rispetto a b ed h;

2) la massa m della ruota sia la più piccola possibile rispetto ad M.

La (1.17-10) mette in evidenza che il coefficiente f cresce al crescere di v ed h e, come è logico, al diminuire della distanza s delle asperità.

È opportuno infine ricordare che anche l'attrito volvente porta all'usura delle superfici a contatto: in questo caso però la perdita di materiale è dovuta a due fenomeni sostanzialmente diversi da quelli che si verificano nell'attrito radente.

Il primo è il fenomeno di fatica degli strati superficiali, dovuto alle forti pressioni alle quali, alternativamente, gli strati stessi sono sottoposti.

Il secondo è dovuto all'azione del lubrificante, che, penetrato attraverso le fessurazioni superficiali e sottoposto alle forti pressioni che nascono nel contatto, scalza scaglie di materiale dalle superfici dei due corpi.

Esercizio 1.VIII

Il rotore di un motore asincrono (v. fig.1.VIII–1) poggia, a mezzo delle sue due portate in acciaio, su due cuscinetti di bronzo lubrificati.

È noto il peso Q del rotore ed il diametro $2r$ delle portate.

Tenendo conto delle sole resistenze d'attrito sui due cuscinetti, determinare il momento M_p delle resistenze passive, che bisogna vincere per mettere in rotazione il rotore e quello necessario a mantenerlo in moto.

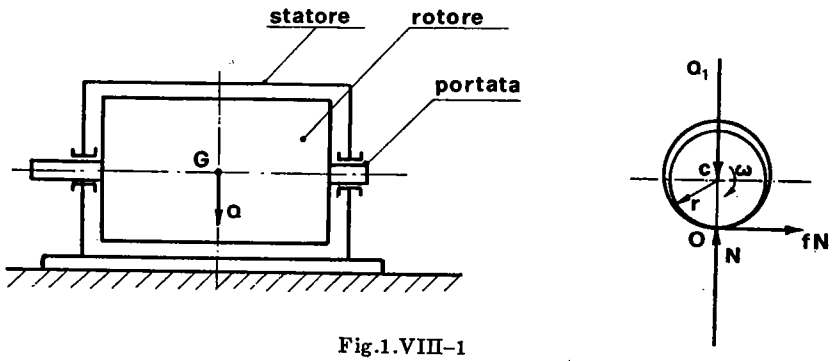


Fig.1.VIII–1

Calcolare inoltre la potenza dissipata per l'attrito sui perni di portata del rotore e la quantità di calore che così si produce, quando il motore ruota, a regime, alla velocità angolare di 3000 giri/min.

I dati del problema sono:

$Q = 500$ N

$r = 30$ mm

Svolgimento

Indicati con Q_1 e Q_2 i carichi che agiscono sui due cuscinetti, risulta:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

I momenti M_1 e M_2 delle resistenze d'attrito sui due cuscinetti risultano dati da:

$$M_1 = fQ_1r \quad ; \quad M_2 = fQ_2r$$

ed il momento resistente che si oppone alla rotazione del rotore è dato da:

$$M_p = fQ_1r + fQ_2r = fQr$$

Poiché, all'atto dell'avviamento, la lubrificazione non può essere che di tipo limite, il momento delle resistenze passive M_p, che bisogna vincere per mettere in moto il motore, risulta essere:

$$M_p = fQr = 0.14 \cdot 500 \cdot 0.030 = 2.1 \text{ N·m}$$

con:

$f = 0.14$ (v. Tab.1.17–2°).

Supponendo che, dopo l'avviamento del motore, si stabiliscano nei cuscinetti della macchina condizioni di lubrificazione fluidodinamica, il momento motore M_m, necessario a mantenere il rotore in rotazione, risulta dato da:

$$M_m = fQr = 0.015 \cdot 500 \cdot 0.030 = 0.225 \text{ N·m}$$

con:

$f = 0.015$ (v. Tab.1.17–2°)

In queste condizioni la potenza P dissipata per l'attrito sui due cuscinetti della macchina è data da:

$$P = M_p\omega = 0.225 \cdot \frac{2\pi \cdot 3000}{60} = 70.68 \text{ W}$$

e la quantità di calore C prodotto in un'ora risulta data da:

$$C = \frac{P \cdot 3600}{J} = 60814 \text{ cal} = 60.8 \text{ kcal}$$

con:

J = equivalente meccanico del calore = 4.184 J/cal

1.18 Il rendimento meccanico

Si consideri il gruppo schematicamente rappresentato nella figura 1.18–1.

Un riduttore, costituito da una coppia di ruote dentate, disposto tra le due macchine del gruppo, riduce la velocità angolare del motore ad un valore più basso, richiesto dal funzionamento della macchina utilizzatrice.

Considerato il gruppo a regime e detta P_m la potenza all'ingresso del riduttore, la potenza P_u all'uscita dello stesso risulta più bassa di P_m, perché una parte P_p di questa è dissipata in calore a causa delle resistenze passive presenti nel riduttore.

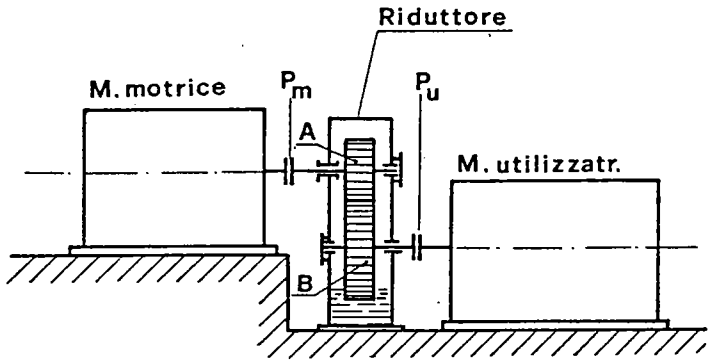


Fig.1.18–1

Queste resistenze sono dovute essenzialmente all'attrito radente tra le portate delle due ruote ed i relativi cuscinetti, tra i denti a contatto delle due ruote e comprendono anche la resistenza che il lubrificante, contenuto nella cassa del riduttore, oppone alla rotazione della ruota dentata, che in esso è parzialmente immersa (v. fig.1.18–1).

Il rapporto adimensionale:

$$\eta = \frac{P_u}{P_m} = \frac{P_m - P_p}{P_m} = 1 - \frac{P_p}{P_m} \qquad (1.18\text{-}1)$$

prende il nome di rendimento del riduttore e, essendo in ogni caso minore di uno, risulta tanto più prossimo all'unità, quanto più piccole sono le suddette resistenze passive.

Il rendimento di un meccanismo può essere definito, oltre che in termini di potenza, anche in termini di lavoro, potendosi porre:

$$\eta = \frac{P_u}{P_m} = \frac{L_u}{L_m} = \frac{L_m - L_p}{L_m} = 1 - \frac{L_p}{L_m} \qquad (1.18\text{-}2)$$

con:

L_m = lavoro motore,

L_u = lavoro delle resistenze utili,

L_p = lavoro delle resistenze passive.

Il rendimento costituisce un elemento fondamentale di giudizio delle qualità funzionali di un meccanismo e può essere considerato il risultato più importante di una buona progettazione.

Solo in qualche caso (v. par.1.20) si è costretti ad accettare un rendimento di valore molto basso (< 0.5): ciò avviene quando lo scopo più importante da raggiungere non è quello di un rendimento elevato.

Nel caso di una macchina sono presenti, oltre alle perdite di natura meccanica, dovute alle resistenze passive, altre perdite di potenza di natura diversa, che traggono origine dalla particolare trasformazione energetica che ha luogo nella macchina stessa.

Nel caso di una macchina, il rendimento η_m, che tiene conto delle sole perdite dovute alle resistenze passive, prende il nome di rendimento meccanico della macchina, per distinguerlo dagli altri rendimenti, che tengono conto di perdite di altra natura.

Così, ad es., nel caso di un motore a c.i., oltre al rendimento meccanico, si definiscono il rendimento di combustione ed il rendimento termodinamico reale.

Col primo di questi rendimenti si tiene conto del fatto che il combustibile, col quale si alimenta il motore, non brucia completamente; col secondo si tiene conto dell'impossibilità di trasformare in lavoro meccanico tutto il calore generato con la combustione (secondo principio della termodinamica).

1.19 Meccanismi in serie ed in parallelo

Si definisce movente di un meccanismo il membro al quale è applicata la forza motrice, cedente il membro al quale è applicata la forza resistente.

Nel caso del riduttore di fig.1.18–1, movente è la ruota A, cedente è la ruota B.

In una macchina sono in genere presenti più meccanismi: essi possono essere disposti in serie od in parallelo.

Più meccanismi si dicono disposti in serie se il cedente di ogni meccanismo è solidale al movente del successivo, in parallelo se hanno in comune il movente oppure il cedente.

A titolo di esempio si consideri il tornio schematicamente rappresentato in fig.1.19–1.

Il motore asincrono M, che è parte integrante della macchina, può muovere, in particolari condizioni di impiego, sia il mandrino m che la vite madre v, mediante una trasmissione costituita da più meccanismi disposti sia in serie che in parallelo.

Il moto di rotazione perviene al mandrino attraverso i seguenti meccanismi disposti in serie: la trasmissione a cinghia c, la coppia di ruote dentate

C_1 e la coppia di ruote dentate C_2.

La ruota R è movente comune sia della coppia C_1 che della coppia C_1'; in serie con quest'ultima coppia è disposta la coppia C_2', che fa ruotare la vite madre v: a questa rotazione corrisponde l'avanzamento s del carrello porta–utensile U.

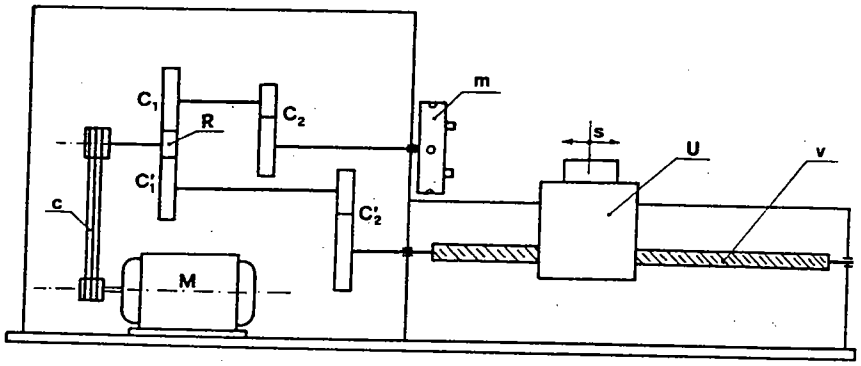


Fig.1.19–1

Il rendimento di n meccanismi, disposti in serie (v. fig.1.19–2), è dato, per definizione, da:

$$\eta = L_u / L_m$$

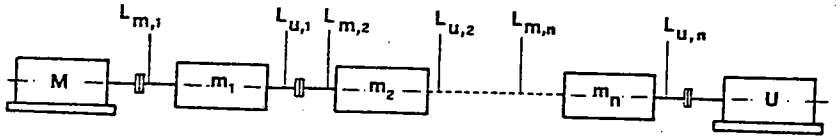


Fig.1.19–2

Tenendo presente che:

$$L_m = L_{m,1}\ ;\ L_{u,1} = L_{m,2}\ ;\ \ldots.;\ L_{u,n} = L_u$$

può porsi:

$$\eta = \frac{L_u}{L_m} = \frac{L_{u,1}}{L_{m,1}} \cdot \frac{L_{u,2}}{L_{m,2}} \cdots \frac{L_u}{L_{m,n}}$$

Avendo indicato con $\eta_1, \eta_2, \ldots. \eta_n$ i rendimenti dei singoli meccanismi si ottiene infine:

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \ldots \eta_n \qquad (1.19\text{-}1)$$

Da questa relazione risulta che, a parità di valori dei rendimenti η_i, al crescere del numero n dei meccanismi disposti in serie, il rendimento della trasmissione diventa via via più basso.

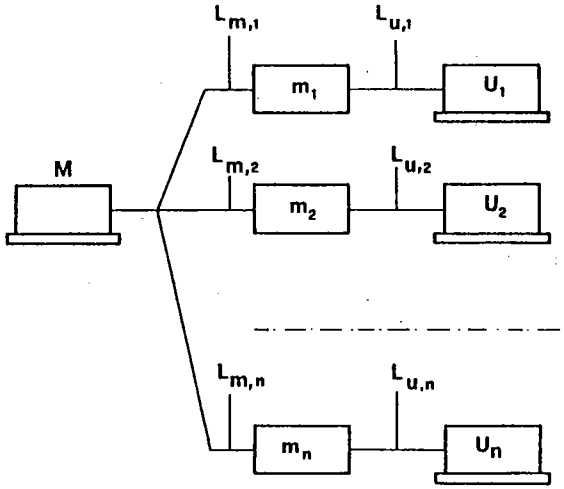


Fig.1.19–3

Nel caso di n meccanismi disposti in parallelo (v. fig.1.19–3), il rendimento del sistema di trasmissione è dato da:

$$\eta = \frac{L_u}{L_m} = \frac{L_{u,1} + L_{u,2} + \ldots L_{u,n}}{L_m}$$

Essendo d'altra parte:

$$L_m = L_{m,1} + L_{m,2} + \ldots L_{m,n}$$

e con $i = 1, 2, \ldots, n$:

$$L_{u,i} = \eta_i L_{m,i}$$

risulta:

$$\eta = \frac{L_u}{L_m} = \frac{\eta_1 L_{m,1} + \eta_2 L_{m,2} + \ldots \eta_n L_{m,n}}{L_{m,1} + L_{m,2} + \ldots L_{m,n}} \qquad (1.19\text{-}2)$$

Questa relazione mette in evidenza che il rendimento η di una trasmissione, composta da n meccanismi disposti in parallelo, è pari alla media ponderata dei rendimenti η_i, ciascuno avente un peso uguale al corrispondente lavoro motore $L_{m,i}$.

In questo caso quindi il valore di η risulta influenzato in misura maggiore dal valore dei rendimenti dei meccanismi che trasmettono le aliquote più grandi del lavoro totale L_m.

Nel caso dell'esempio di fig.1.19–1, dette $P_{u,1}$ e $P_{u,2}$ le potenze necessarie a muovere il mandrino e la vite madre, ed indicati con η_c il rendimento della trasmissione a cinghia e con $\eta_1, \eta_2, \eta_1', \eta_2'$, quelli delle coppie di ruote dentate C_1, C_2, C_1', C_2', il rendimento η della trasmissione:

$$\eta = \frac{P_u}{P_m} = \frac{P_{u,1} + P_{u,2}}{P_m}$$

essendo:

$$P_{u,1} = P_{m,1} \cdot \eta_c \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \quad ; \quad P_{u,2} = P_{m,2} \cdot \eta_c \cdot \eta_1' \cdot \eta_2'$$

risulta dato da:

$$\eta = \eta_c \cdot \frac{\eta_1 \cdot \eta_2 P_{m,1} + \eta_1' \cdot \eta_2' P_{m,2}}{P_{m,1} + P_{m,2}}$$

È opportuno osservare che:

$$\eta_I = \eta_1 \cdot \eta_2 \qquad \eta_{II} = \eta_1' \cdot \eta_2'$$

sono rispettivamente i rendimenti delle coppie (C_1, C_2) e (C_1', C_2') disposte in serie e che:

$$\eta_r = \frac{\eta_I P_{m,1} + \eta_{II} P_{m,2}}{P_{m,1} + P_{m,2}}$$

è il rendimento di (C_1, C_2) e (C_1', C_2'), disposte, a loro volta, in parallelo.

1.20 Meccanismi irreversibili

In molti impianti di sollevamento, come montacarichi ed ascensori, nei quali la macchina motrice è in genere un motore elettrico, è necessario predisporre uno o più sistemi di sicurezza, che siano in grado di impedire la discesa libera del carico, qualora si verifichi un'interruzione accidentale nella rete elettrica.

Uno di questi sistemi consiste nel disporre nella trasmissione, che porta il moto dal motore elettrico alla cabina, un meccanismo irreversibile, cioè un meccanismo che impedisca il moto di discesa libera della cabina stessa.

Allo scopo di rendere più semplice l'esame delle condizioni che portano alla irreversibilità di un meccanismo, si immagini (v. fig.1.20–1) che si voglia

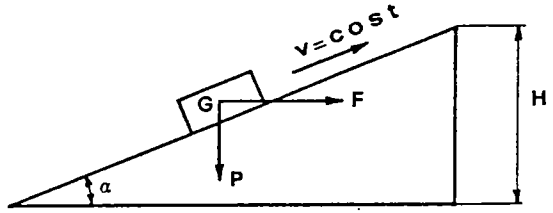


Fig.1.20–1

sollevare ad un'altezza H un corpo di peso P, facendolo strisciare su un piano inclinato.

Sia F la forza motrice applicata al corpo e si supponga che essa sia diretta parallelamente alla base del piano inclinato.

Se la F ha un valore opportuno, il corpo si muove sul piano nel verso desiderato ed a velocità v costante.

La macchina semplice considerata si dirà irreversibile se, all'annullarsi della F, il corpo stesso si ferma e non inverte il verso del suo moto.

Il moto, corrispondente allo spostamento verso l'alto del corpo, viene detto "moto diretto"; il moto di verso opposto "moto retrogrado".

È evidente che per rendere irreversibile il piano inclinato è necessario ridurne opportunamente l'angolo di inclinazione α e che questa riduzione deve essere tanto più accentuata, quanto minore risulta l'attrito tra le superfici a contatto del corpo e del piano.

Con lo scopo di determinare la relazione tra α ed f, che rende irreversibile il piano considerato, determiniamo innanzitutto il valore che deve avere la F, perché la v risulti costante.

Essendo in questa ipotesi nulla la forza d'inerzia, le forze che agiscono sul corpo sono:

1) la forza motrice F,
2) la forza peso P,
3) la reazione normale N del piano,
4) la forza d'attrito fN.

In fig.1.20–2) è riportato il diagramma del corpo libero, nell'ipotesi che tutte le forze siano applicate nel baricentro G del corpo stesso.

Nelle condizioni di moto ipotizzate dovrà risultare:

$$\bar{F} + \bar{P} + \bar{N} + f\bar{N} = 0 \qquad (1.20\text{-}1)$$

Assunto come riferimento la coppia di assi Gxy, con Gx parallelo al piano,

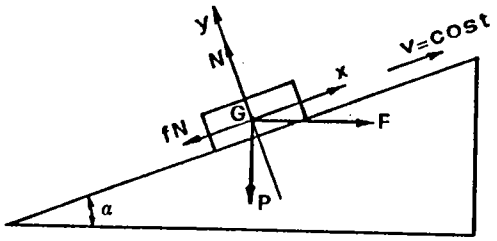


Fig.1.20–2

e proiettando la (1.20-1) su detti assi, si ottiene:

$$\begin{aligned} &\text{asse } x: F\cos\alpha - fN - P\sin\alpha = 0 \\ &\text{asse } y: N - P\cos\alpha - F\sin\alpha = 0 \end{aligned} \qquad (1.20\text{-}2)$$

Da questo sistema si deduce:

$$\begin{cases} N &= P\cos\alpha + F\sin\alpha \\ F &= P\tan(\alpha+\phi) \end{cases} \qquad (1.20\text{-}3)$$

La seconda di queste relazioni mette in evidenza che la F risulta tanto più grande quanto più grandi sono P, α e ϕ.

Se la F si annulla (v. fig.1.20–3), la condizione necessaria perché si verifichi moto retrogrado uniforme è:

$$\bar{N} + f\bar{N} + \bar{P} = 0 \qquad (1.20\text{-}4)$$

Proiettando sugli assi di riferimento si ottiene:

$$\begin{aligned} &\text{asse } x: fN - P\sin\alpha = 0 \\ &\text{asse } y: N - P\cos\alpha = 0 \end{aligned} \qquad (1.20\text{-}5)$$

Da queste relazioni si ricava:

$$fP\cos\alpha = P\sin\alpha$$

e con $f = \tan\phi$:

$$f = \tan\phi = \tan\alpha \qquad (1.20\text{-}6)$$

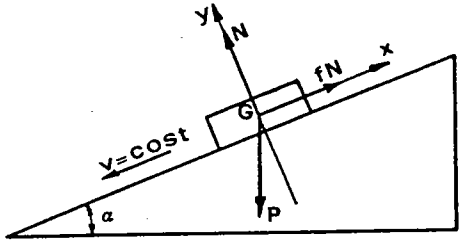


Fig.1.20–3

Questa relazione indica che si verificano condizioni di moto retrogrado uniforme se è $\alpha = \phi$.

Se è $\alpha > \phi$ il moto retrogrado sarà uniformemente accelerato; il piano risulta irreversibile se è:

$$fN > P\sin\alpha \qquad (1.20\text{-}7)$$

Essendo d'altra parte:

$$N = P\cos\alpha$$

dalla (1.20-7) si ottiene:

$$\alpha < \phi \qquad (1.20\text{-}8)$$

relazione che esprime la condizione di irreversibilità del piano inclinato.

È opportuno osservare che se lo stesso piano inclinato viene utilizzato anche per la discesa di carichi, così come avviene nel caso degli ascensori e dei montacarichi, è necessario che nella (1.20-8) l'angolo ϕ sia quello corrispondente al coefficiente d'attrito dinamico.

In queste condizioni la discesa del carico è ottenuta applicando una forza motrice F, che supporremo ancora diretta parallelamente alla base del piano.

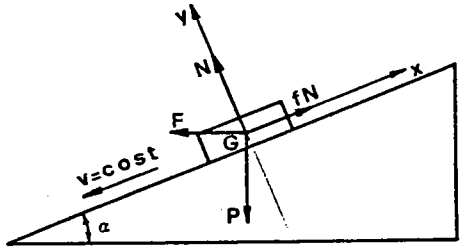


Fig.1.20–4

La velocità di discesa del carico sarà costante, se risulta verificata la relazione (v. fig.1.20–4):

$$\bar{F} + \bar{P} + \bar{N} + f\bar{N} = 0 \qquad (1.20\text{-}9)$$

Proiettando sugli assi si ottiene:

$$\begin{aligned} &\text{asse } x : fN - F\cos\alpha - P\sin\alpha = 0 \\ &\text{asse } y : N + F\sin\alpha - P\cos\alpha = 0 \end{aligned} \qquad (1.20\text{-}10)$$

e quindi:

$$N = P\cos\alpha - F\sin\alpha$$

$$fP\cos\alpha - fF\sin\alpha - F\cos\alpha - P\sin\alpha = 0$$

ed infine:

$$F = P\frac{f\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + f\sin\alpha} = P\tan(\phi - \alpha)$$

$$N = P[\cos\alpha - \tan(\phi - \alpha)\sin\alpha]$$

1.21 Il rendimento dei meccanismi irreversibili

Si consideri il piano inclinato rappresentato in fig.1.21–1 e si supponga che il corpo di peso P, per effetto della forza motrice F diretta orizzontalmente, si muova con velocità v costante nel verso del moto diretto.

Da quanto è stato detto nel paragrafo precedente, risulta che nelle condizioni considerate la forza motrice F deve assumere il valore (v. la 1.20-3):

$$F = P\tan(\alpha + \phi) \qquad (1.20\text{-}3)$$

Per uno spostamento s di G lungo il piano, il lavoro motore L_m della F è dato da:

$$L_m = Fs\cos\alpha$$

mentre il lavoro utile L_u è dato da:

$$L_u = Ps\sin\alpha$$

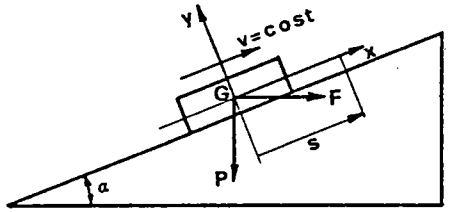


Fig.1.21–1

Tenendo presente la (1.20-3), il rendimento nel moto diretto risulta dato da:

$$\eta = \frac{L_u}{L_m} = \frac{Ps\sin\alpha}{Fs\cos\alpha} = \frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha + \phi)} \qquad (1.21\text{-}1)$$

Poiché da questa relazione si deduce:

$$\eta = 0 \quad \text{per} \begin{cases} \alpha = 0 \\ \alpha = \dfrac{\pi}{2} - \phi \end{cases}$$

l'andamento $\eta = f(\alpha)$ è quello riportato in fig.1.21–2.

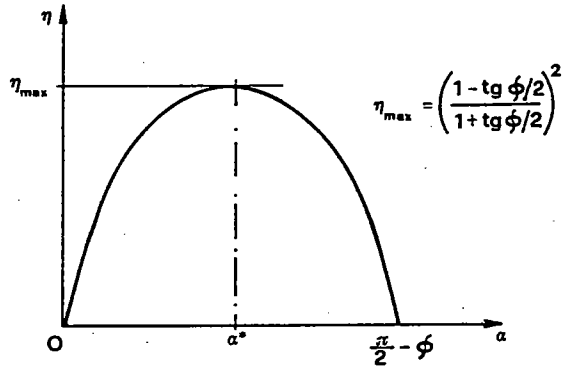


Fig.1.21–2

Il valore α^* di α, che rende massimo η, si ottiene ponendo:

$$\frac{d\eta}{d\alpha} = 0$$

Procedendo in questo modo si scrive:

$$\frac{1}{\cos^2\alpha^*}\tan(\alpha^* + \phi) - \tan\alpha^*\frac{1}{\cos^2(\alpha^* + \phi)} = 0$$

e quindi:

$$\sin 2(\alpha^* + \phi) = \sin 2\alpha^*$$

Poiché, per $\phi \neq 0$, questa relazione è soddisfatta per:

$$2(\alpha^* + \phi) = \pi - 2\alpha^*$$

il valore di α che rende massimo η risulta dato da:

$$\alpha^* = \pi/4 - \phi/2 \qquad (1.21\text{-}2)$$

Se per rendere impossibile il moto retrogrado si è fatto $\alpha < \phi$, risulta:

$$\eta = \frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha+\varphi)} < \frac{\tan\alpha}{\tan 2\alpha} < 0.5$$

Questo risultato si può estendere alla maggior parte dei meccanismi, per i quali quindi l'irreversibilità si ottiene a spese del valore del rendimento, che risulta più basso di 0.5.

Meccanismi e semplici attrezzi di uso comune, il cui funzionamento è assicurato dalla presenza di una coppia vite–madrevite irreversibile, appartengono alla categoria dei meccanismi irreversibili a basso rendimento.

A titolo di es. si ricordano (v. fig.1.21–3) il cricco o martinetto, l'estrattore da officina ed ancora la morsa da banco.

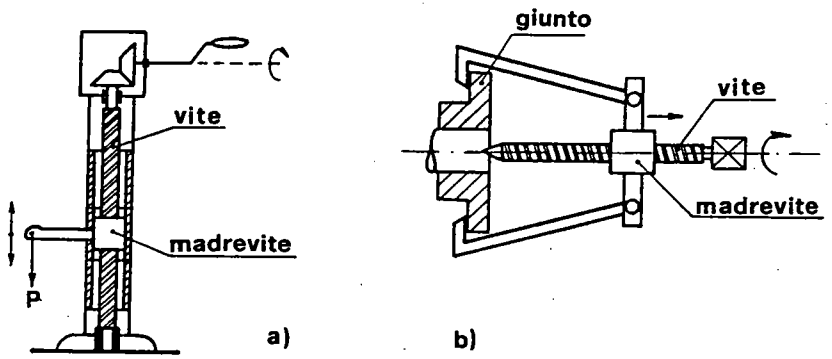


Fig.1.21–3

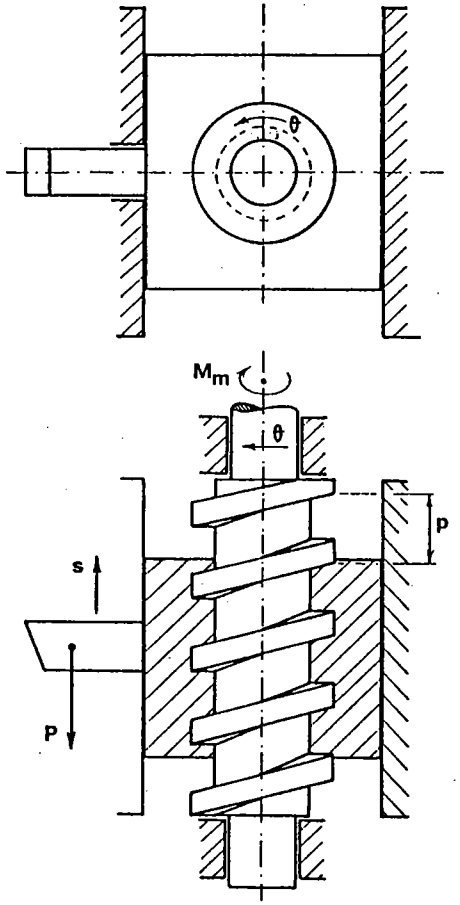


Fig.1.21–4

In questi sistemi i vincoli imposti alla coppia vite–madrevite impediscono la rotazione della madrevite e lo spostamento assiale della vite (v. fig.1.21-4): in tali condizioni ad una rotazione θ della vite corrisponde uno spostamento assiale s della madrevite.

Detto p il passo della vite risulta:

$$s = p\theta/2\pi$$

Nelle condizioni suddette se si applica alla vite una opportuna coppia

motrice di momento M_m, è possibile spostare assialmente un carico P (v. fig.1.21–4).

Si può dimostrare che le considerazioni riportate e relative al rendimento ed all'irreversibilità del piano inclinato valgono anche per la coppia vite–madrevite.

A questo scopo si consideri una coppia di questo tipo e si supponga che la vite sia a filetto rettangolare (v. fig.1.21–5,a).

L'intersezione del fianco attivo della coppia con un cilindro coassiale, di raggio pari al raggio medio r_m della vite, è un'elica cilindrica: sviluppando il cilindro suddetto nel piano di rappresentazione (v. fig.1.21–5,b) un segmento di elica, corrispondente ad un passo, si sviluppa nel segmento di retta AB, inclinato di un angolo α, pari all'inclinazione dell'elica, rispetto al segmento AC, che è lo sviluppo della direttrice del cilindro considerato.

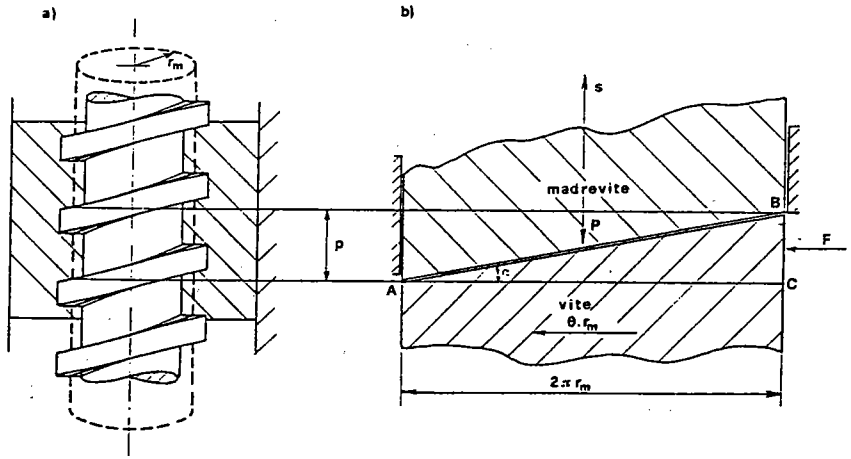


Fig.1.21–5

Posto:

$$L = AB$$

le relazioni che legano L, p, r_m ed α risultano (v. fig.1.21–5) essere le seguenti:

$$L = 2\pi r_m / \cos\alpha = p / \sin\alpha$$

Se si indica con M_m il momento motore applicato alla vite, la forza periferica F, applicata in un punto dell'elica media, è data da (v. fig.1.21–5):

$$F = M_m / r_m$$

Il filetto della vite, per effetto della forza F (v. fig.1.21–5,b), muove la madrevite che, non potendo ruotare, si sposta parallelamente all'asse della coppia.

Questa situazione è simile a quella del piano inclinato di fig.1.21–6.

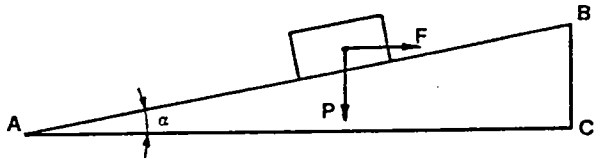


Fig.1.21–6

Circa la validità del risultato che lega l'irreversibiltà di un meccanismo ad un rendimento $\eta < 0.5$, occorre osservare che, indicando con L_m, L_u, L_p i lavori delle forze motrici e di quelle resistenti, utili e passive, nel moto diretto, e con L'_m ed L'_p i corrispondenti lavori nel moto retrogrado, risulta:

$$L'_m = L_u \qquad (1.21\text{-}4)$$

poiché le forze, che erano resistenti utili nel moto diretto, diventano motrici nel moto retrogrado: a questo proposito si consideri che, nel caso del piano inclinato, la forza peso P, resistente utile nel moto diretto (v. fig.1.20–2), diviene motrice nel moto retrogrado.

Se per il meccanismo in esame il lavoro delle resistenze passive L'_p (moto retrogrado) risulta minore di L_p (moto diretto):

$$L'_p < L_p \qquad (1.21\text{-}5)$$

può porsi:

$$L_p = kL'_p \qquad (1.21\text{-}6)$$

con $k > 1$.

Queste condizioni si verificano nel caso del piano inclinato, se la F è diretta parallelamente alla base del piano: in questo caso nel moto diretto risulta (v. la prima delle 1.20-3):

$$N = P\cos\alpha + F\sin\alpha$$

mentre nel moto retrogrado ($F = 0$):

$$N' = P\cos\alpha$$

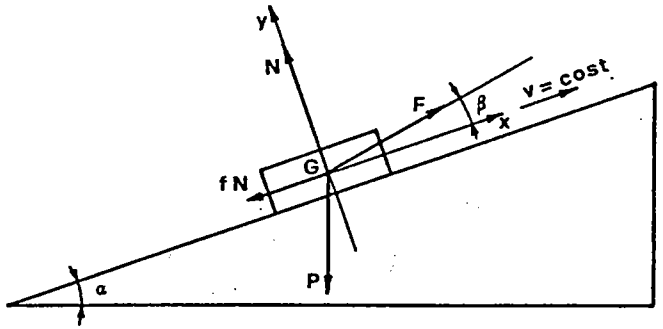


Fig.1.21–7

Per le (1.21-4) e (1.21-5) il rendimento di un meccanismo irreversibile può porsi nella forma:

$$\eta = \frac{L_u}{L_m} = \frac{L_u}{L_u + L_p} = \frac{L'_m}{L'_m + kL'_p} \tag{1.21-7}$$

Se si impone la condizione di irreversibilità, che può esprimersi ponendo:

$$L'_m < L'_p \tag{1.21-8}$$

la (1.21-7) può scriversi:

$$\eta = \frac{L'_m}{L'_m + kL'_p} < \frac{L'_m}{L'_m + kL'_m} = \frac{1}{1+k} < 0.5 \tag{1.21-9}$$

Se per il meccanismo in esame non risulta verificata la (1.21-5), il meccanismo può essere reso irreversibile senza per questo rinunciare ad un rendimento elevato ed in ogni caso > 0.5.

Questo è il caso del piano inclinato, se la forza motrice F è inclinata di un angolo β positivo rispetto alla traccia del piano (v. fig.1.21–7).

In queste condizioni risulta:

$$\text{moto diretto :} \quad N = P\cos\alpha - F\sin\beta$$
$$\text{moto retrogrado :} \quad N' = P\cos\alpha > N$$

e quindi:

$$L'_p > L_p$$

Non essendo verificata la (1.21-5), non può più dedursi, con $\alpha < \phi$, la (1.21-9): è facile dimostrare che η cresce al crescere di β e che tende ad 1 per $\beta \to (\pi/2 - \alpha)$.