CAPITOLO 2

IL FUNZIONAMENTO DI UN GRUPPO DI MACCHINE

2.1 Introduzione

Nel par.1.1 si è accennato al fatto che una macchina motrice è destinata a muovere una macchina utilizzatrice e che l'accoppiamento delle due macchine porta alla formazione di un gruppo.

Salvo casi particolari, una macchina non "funziona" mai da sola, ma in quanto fa parte di un gruppo: il funzionamento di un gruppo pone dei problemi caratteristici, al cui esame è destinato questo capitolo.

Cominciamo col considerare che il problema della scelta delle due macchine, che formeranno un gruppo, si presenta in genere in termini concettualmente semplici: infatti, noto che sia lo scopo per il quale si vuole realizzare il gruppo, resta definita la macchina utilizzatrice da impiegare ed il problema si riduce a scegliere la macchina motrice adatta ad essere accoppiata a quella macchina utilizzatrice.

A titolo di esempio si supponga che si voglia produrre energia elettrica in c.a.; note la potenza elettrica e la frequenza richieste, resta definito che la macchina generatrice deve essere un alternatore, capace di erogare la potenza richiesta alla velocità angolare, a sua volta definita dal tipo di alternatore e dal valore fissato f della frequenza.

È da ricordare che la frequenza f (frequenza di sincronismo: v. par.2.7) è data da:

$$f = np/60 \text{ Hz} \qquad (2.1\text{-}1)$$

con:

n = velocità angolare del generatore in giri/min

p = numero delle coppie polari dello stesso

e quindi, se si conviene di adottare un generatore bipolare, avente cioè una sola coppia di poli, ed il valore della frequenza f è fissato pari allo standard europeo di 50 Hz, risulta:

$$n = 50 \cdot 60 = 3000 \text{ giri/min}$$

Si deve, a questo punto, scegliere il tipo di macchina motrice da accoppiare all'alternatore.

Supposto che, in base a considerazioni economiche, la scelta cada su un motore diesel, di questa macchina sono note la potenza meccanica che essa deve rendere disponibile sull'albero motore e, se le due macchine sono direttamente accoppiate, la velocità angolare alla quale quella potenza è sviluppata.

I problemi che, a questo punto della progettazione del gruppo, debbono essere affrontati e risolti, sono essenzialmente due.

Il primo deriva dal fatto che, essendo una delle due macchine del gruppo un motore alternativo, in condizioni di funzionamento a regime (v. par.2.2) la velocità angolare del gruppo varia con legge periodica a causa della variabilità periodica del momento motore.

Indicate con ω_1, ω_2 ed ω le velocità angolari minima, massima e media nel periodo, si definisce "grado di irregolarità nel periodo" il rapporto:

$$\delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega} \qquad (2.1\text{-}2)$$

La variazione periodica della velocità angolare del gruppo nell'intervallo (ω_1, ω_2) ha delle conseguenze negative sulle prestazioni del gruppo, in quanto ad essa corrisponde, tra l'altro, una non desiderata variazione periodica della frequenza, che a sua volta si ripercuote sul funzionamento delle macchine elettriche, alimentate dall'alternatore.

È quindi necessario che la macchina alternativa, responsabile di questo effetto non desiderato, sia provvista di un volano di dimensioni sufficienti a contenere il grado di irregolarità nel periodo δ entro limiti imposti dal buon funzionamento delle macchine elettriche, alimentate dall'alternatore.

L'altro problema, che si presenta nel funzionamento del gruppo considerato, è quello della regolazione del motore diesel.

Allo scopo di chiarire i termini di questo problema, in fig.2.1–1 è riportato lo schema del gruppo, così come risulta dalle considerazioni fatte: M è il

motore diesel, V il volano necessario a rendere accettabili le variazioni periodiche della velocità angolare del gruppo, A l'alternatore, R la rete elettrica trifase, U ($i = 1, 2 \ldots n$) le utenze collegate alla rete, quali motori asincroni, impianti di riscaldamento o illuminazione, apparecchiature elettriche, ecc.

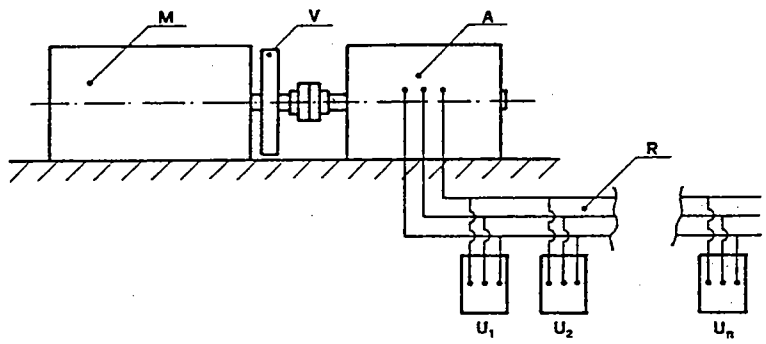


Fig.2.1–1

Si supponga adesso che l'impianto descritto stia funzionando in condizioni di regime e che alla rete sia collegato un numero z di utenze, con $z < n$.

Se, stando così le cose, una o più utenze vengono staccate dalla rete, ad es. si spengono le luci di un impianto di illuminazione, la potenza elettrica, fornita dall'alternatore alla rete, diminuisce e diminuisce quindi il momento resistente (o carico) dell'alternatore.

In queste condizioni il momento motore, sviluppato dal motore diesel, risulta più grande del momento resistente, opposto dall'alternatore; pertanto, se non si interviene opportunamente, la velocità angolare del gruppo aumenta e potrebbe raggiungere valori, che non solo porterebbero la frequenza della rete a valori inaccettabili, ma potrebbero risultare dannosi per l'impianto.

Per evitare inconvenienti di questo tipo, occorre quindi che si intervenga sull'organo che regola la quantità di combustibile inviato al motore, perché questa quantità diminuisca, in modo che il momento motore diminuisca esso stesso e coincida col valore del momento resistente.

Con questo intervento è possibile raggiungere nuove condizioni di regime ad una velocità angolare del gruppo, che, come si vedrà nel seguito, non può coincidere con quella relativa al precedente regime, ma che risulterà poco più grande di quella.

È evidente che ad un aumento del carico sulla rete, conseguente all'inserimento di nuove utenze, si verificherà un susseguirsi di eventi opposti a

quelli descritti e si dovrà quindi intervenire con una manovra di regolazione che porti ad un aumento della quantità di combustibile inviato al motore.

Le suddescritte manovre di regolazione debbono essere automatiche, nel senso che il motore deve essere dotato di un apparecchio capace di "sentire" le variazioni di velocità, conseguenti alle variazioni di carico sulla rete, e di "agire" in maniera opportuna sull'organo di regolazione del motore.

L'apparecchio, che realizza la regolazione suddescritta, prende il nome di "regolatore di velocità"; esso può essere realizzato, come si vedrà nel seguito, in modi diversi, e deve garantire il funzionamento a regime dell'impianto in tutte le condizioni di carico sulla rete, comprese tra quella di "marcia a vuoto" (tutte le utenze staccate dalla rete) e quella "a pieno carico" (tutte le utenze collegate alla rete).

Indicando con ω_{min} ed ω_{max} i valori minimo e massimo della velocità angolare, relativi rispettivamente alle condizioni di regime a pieno carico e di marcia a vuoto, e con ω la velocità angolare media del gruppo, si definisce "grado di irregolarità Δ nel regime" il rapporto:

$$\Delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega} \qquad (2.1\text{-}3)$$

La funzione del regolatore è quindi quella di contenere il grado di irregolarità nel regime entro limiti imposti dal buon funzionamento del gruppo.

Alla fine di questo paragrafo introduttivo va messo in evidenza che in alcuni impianti, diversi da quello considerato, può non essere necessaria la presenza del volano o del regolatore o di entrambi: il volano, quando, a regime, sia il momento motore che il momento resistente sono costanti, il regolatore, quando le caratteristiche delle due macchine sono tali da assicurare un funzionamento stabile del gruppo ed un grado di irregolarità nel regime inferiore al limite imposto dalla particolare macchina utilizzatrice.

2.2 Condizioni di regime

Si consideri un gruppo costituito da una macchina motrice accoppiata direttamente ad una macchina utilizzatrice.

Qualunque siano le condizioni di funzionamento del gruppo, vale il teorema dell'energia cinetica: indicato quindi con M_m il momento della coppia motrice, con M_u il momento della coppia resistente utile e con M_p il momento della coppia dovuta alle resistenze passive, risulta:

$$(M_m - M_u - M_p)d\theta = d\left(\frac{1}{2} I\omega^2\right) \qquad (1.14\text{-}2)$$

con:

$I = I_m + I_u$,

I_m = momento d'inerzia di tutte le masse della macchina motrice ridotte all'albero della stessa,

I_u = idem per la macchina utilizzatrice,

ω = velocità angolare del gruppo,

θ = posizione angolare degli alberi delle due macchine.

È da ricordare che la (1.14-2) è valida anche se le due macchine del gruppo non sono direttamente accoppiate: in questo caso le grandezze che vi figurano sono grandezze relative all'albero di riduzione prescelto.

Se le condizioni di funzionamento del gruppo si mantengono inalterate, si dice che il gruppo stesso funziona in condizioni di regime o che è a regime.

Si distinguono due tipi di regime: regime assoluto e regime periodico.

Il regime si dice assoluto se la velocità angolare del gruppo si mantiene costante nel tempo, periodico se la velocità angolare varia con legge periodica, mantenendosi costante nel tempo il suo valore medio.

Perché si verifichino condizioni di regime assoluto, è necessario che tutte e due le macchine del gruppo siano macchine a regime assoluto: è necessario cioè che, mantenendosi inalterate le condizioni di funzionamento, sia il valore di M_m che quello di $M_r = (M_u + M_p)$ risultino indipendenti dal tempo ed uguali tra loro:

$$M_m = M_r = \text{cost} \qquad (2.2\text{-}1)$$

In tali condizioni risulta nullo il primo membro della (1.14-2) e per $\omega = \text{cost}$, si ottiene:

$$d\left(\frac{1}{2} I\omega^2\right) = \frac{1}{2}\omega^2 dI = 0 \qquad (2.2\text{-}2)$$

ovvero:

$$dI = 0$$

e quindi:

$$I = \text{costante} \qquad (2.2\text{-}3)$$

Macchine di questo tipo, cioè per le quali risulta $I = \text{costante}$, sono quelle costituite essenzialmente da un rotore e da uno statore, oppure da un insieme di organi rotanti, come nell'esempio del tornio riportato nell'esercizio 1.VI.

Da quanto detto, le (2.2-1) e (2.2-3) definiscono le condizioni di regime assoluto.

Macchine a regime assoluto sono, ad es., i motori ed i generatori elettrici, le turbine a gas, a vapore, idrauliche, i compressori dinamici, le pompe centrifughe.

Condizioni di regime periodico si verificano invece se almeno una delle due macchine del gruppo è una macchina a regime periodico: queste macchine, di struttura più complessa rispetto a quelle a regime assoluto (si pensi ad esempio ad una macchina alternativa), sono caratterizzate dalla presenza di organi dotati di moto non rotatorio (nell'es., i pistoni e le bielle) e di un momento della coppia, motrice o resistente, variabile periodicamente.

Ogni macchina a regime periodico funziona infatti secondo un ciclo caratteristico, costituito da fasi diverse, che si ripetono periodicamente nel tempo: così, ad es., un motore a c.i. alternativo a quattro tempi ha un ciclo di funzionamento costituito da quattro fasi (aspirazione, compressione, espansione e scarico) che si ripetono ogni due giri.

In condizioni di regime il momento M della coppia, motrice o resistente, di una macchina di questo tipo risulta essere funzione periodica di θ. Anche il momento d'inerzia I delle masse degli organi mobili della macchina (ridotte all'asse della stessa) risulta essere una funzione periodica di θ (v. ad es. l'esercizio 1–VII).

È da notare che il periodo Θ_M della funzione $M(\theta)$ deve essere in linea di principio un multiplo del periodo Θ_I della funzione $I(\theta)$, deve cioè risultare:

$$\Theta_M = K\Theta_I \qquad K = 1,2...,n$$

Così, ad es., nel caso di un motore a c.i. monocilindrico a quattro tempi, il momento motore M_m risulta, a regime, funzione periodica di periodo Θ_M pari a 4π, mentre il momento d'inerzia di massa I risulta funzione periodica di periodo Θ_I pari a 2π: in questo caso è dunque $K = 2$.

Nel caso più generale in cui entrambe le macchine del gruppo siano a regime periodico (v. fig.2.2–1), le condizioni di regime sono caratterizzate dall'essere:

$$M_{m,\mathrm{med}} = M_{r,\mathrm{med}} \tag{2.2-4}$$

Va osservato che il primo termine, $(M_m - M_r)d\theta$, dell'equazione dell'energia cinetica è rappresentato (v. fig.2.2-1) dall'area elementare compresa tra le due curve di M_m ed M_r.

Quest'area elementare è positiva negli intervalli in cui $M_m > M_r$ (vedi fig.2.2–1), come risulta ad es. nell'intervallo $d\theta_1$, mentre risulta negativa

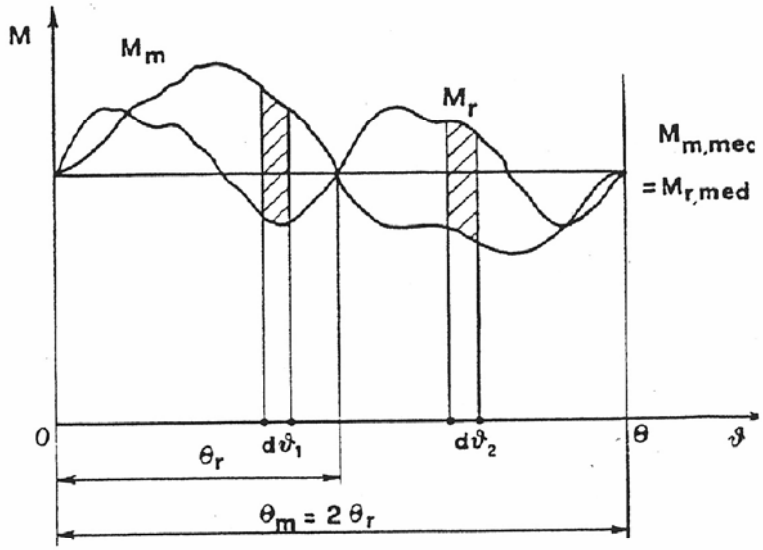


Fig.2.2–1

negli intervalli in cui $M_m < M_r$, come è p. es. in $d\theta_2$: nell'intervallo $d\theta$ verifica quindi un aumento dell'energia cinetica del gruppo, mentre nell tervallo $d\theta_2$ si verifica l'opposto.

Indicati con Θ_m e Θ_r i periodi di $M_m(\theta)$ ed $M_r(\theta)$, la velocità ango ω del gruppo varia con legge periodica con un periodo che risulta dato

$$\Theta = k_m\Theta_m = k_r\Theta_r \tag{2.}$$

con k_m e k_r numeri interi primi tra loro.

La (2.2–5) si giustifica osservando che, perché la ω riacquisti gli st valori, è necessario che il gruppo compia una rotazione Θ, che compre un numero intero di periodi Θ_m del momento motore $M_m(\theta)$ ed un num intero di periodi Θ_r del momento resistente $M_r(\theta)$.

In fig. 2.2–1 si è ad esempio fissato:

$$\Theta_m/\Theta_r = k_r/k_m = 2/1$$

e risulta quindi:

$$\Theta = \Theta_m = 2\Theta_r$$

Il valor medio di ω è in ogni caso dato da:

$$\omega = \frac{1}{\Theta}\int_0^{\Theta} \omega(\theta)d\theta$$

Integrando l'equazione dell'energia cinetica tra 0 e Θ, e tenuto conto della (2.2-4), si ottiene:

$$\int_0^{\Theta} (M_m - M_r)d\theta = \Theta(M_{m,\mathrm{med}} - M_{r,\mathrm{med}}) = 0 \qquad (2.2\text{-}6)$$

e risulta quindi nulla, nell'intervallo suddetto, la variazione dell'energia cinetica.

Indicati con I_1, ω_1 ed I_2, ω_2 i valori che I ed ω assumono agli estremi del periodo, risulta:

$$\frac{1}{2}I_1\omega_1^2 - \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 = 0$$

Poiché Θ è il periodo di $\omega(\theta)$, deve essere:

$$\omega_1 = \omega_2$$

e quindi:

$$I_1 = I_2 \qquad (2.2\text{-}7)$$

È da notare che questo risultato è in accordo con quanto detto sulla periodicità di I.

È da osservare infine che, se si fanno variare gli estremi θ_1 e θ_2 di Θ, risulterà sempre $\omega_1 = \omega_2$ ed $I_1 = I_2$, ma i valori di ω_1, I_1 (e quindi di ω_2 e I_2), dipenderanno dagli estremi prescelti.

Il problema di maggiore interesse tecnico, per quanto riguarda le condizioni di regime periodico, è quello di determinare la legge con la quale varia la velocità angolare del gruppo.

La funzione $\omega(\theta)$ può essere determinata se sono note le funzioni $M_m(\theta)$, $M_r(\theta)$, $I(\theta)$ ed il valore ω_0 della velocità angolare per una assegnata, ma per il resto qualsiasi, posizione angolare θ_0 del gruppo.

Integrando la (1.14-2) tra θ_0 e θ, si ottiene infatti:

$$\int_{\theta_0}^{\theta} (M_m - M_r)d\theta = (1/2)\int_{I_0\omega_0^2}^{I\omega^2} d(I\omega^2) = (1/2)(I\omega^2 - I_0\omega_0^2) \qquad (2.2\text{-}8)$$

dalla quale può ricavarsi la $\omega(\theta)$.

Si osservi inoltre che la funzione integrale a primo membro della (2.2-8) assume un valore massimo o minimo, quando la sua derivata rispetto a θ si annulla, cioè quando risulta:

$$(M_m - M_r) = 0 \qquad (2.2\text{-}9))$$

In corrispondenza dei valori θ^* di θ, per i quali è verificata la (2.2-9), l'energia cinetica del gruppo assume un massimo o un minimo: un massimo se, per $\theta < \theta^*$, la derivata è positiva, cioè se $M_m > M_r$, un minimo se $M_m < M_r$.

Esempi di macchine a regime periodico sono i motori a c.i. alternativi, le pompe a stantuffo, i compressori alternativi.

A titolo di esempio di quanto è stato detto, consideriamo un gruppo convertitore, costituito da un motore asincrono accoppiato ad una dinamo: poiché entrambe le macchine sono a regime assoluto, le condizioni di regime sono quelle caratteristiche del regime assoluto:

$$\omega = \text{cost} \quad ; \quad M_m = M_u + M_p = \text{cost}$$

In fig.2.2–2,a) è rappresentato schematicamente il gruppo suddetto: il motore asincrono è alimentato dalla rete e la dinamo, mossa dal motore, alimenta gli utilizzatori (ad es. motori elettrici a c.c., apparecchiature elettriche, ecc.), che in figura sono indicati con $U_1, U_2, \ldots U_n$.

In fig.2.2–2,b) è riportato l'andamento a regime di M_m e di $M_u + M_p$ in funzione di θ.

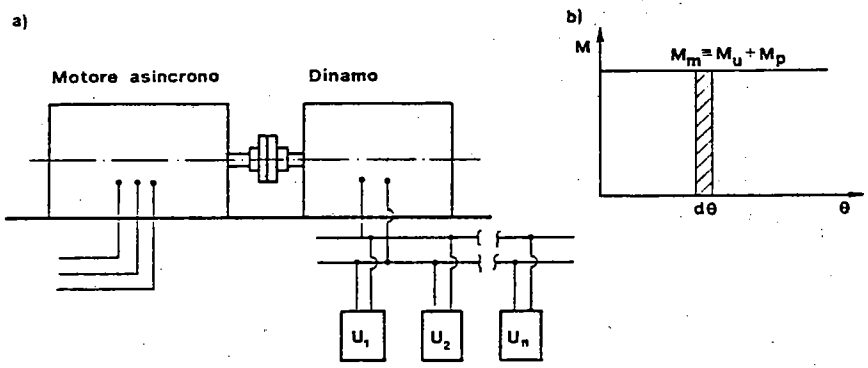


Fig.2.2–2

È interessante osservare che, comunque si prenda un intervallo $d\theta$ sul diagramma di fig.2.2–2,b), i lavori elementari $M_m\,d\theta$ e $(M_u + M_p)d\theta$, ciascuno rappresentato dall'area tratteggiata in figura, risultano uguali e di segno contrario: da ciò deriva che è nulla la variazione $d(I\omega^2/2)$ dell'energia cinetica e quindi che, essendo I = cost, è nulla la variazione della velocità angolare del gruppo.

Sempre a titolo di esempio in fig.2.2–3,a) è stato schematicamente rappresentato un gruppo costituito da un motore a c.i. alternativo accoppiato ad una pompa.

Se il motore suddetto è un monocilindro a quattro tempi, esso presenta un ciclo di funzionamento che si completa in due giri dell'albero motore: il momento $M_m(\theta)$ della coppia motrice varia quindi periodicamente con θ ed il suo periodo Θ_m coincide con la durata del ciclo. Risulta pertanto:

$$\Theta_m = 4\pi$$

In fig.2.2–3,b) è riportato l'andamento di $M_m(\theta)$: per macchine di questo tipo il diagramma di $M_m(\theta)$ viene ricavato col metodo che verrà descritto nel Cap. 13.

Ritenendo che la coppia resistente, utile e passiva, della pompa abbia un momento, $M_r = M_u + M_p$, costante al variare di θ (v. fig.2.2–3,b), si deduce che la velocità angolare del gruppo varia periodicamente con un periodo Θ pari a 4π.

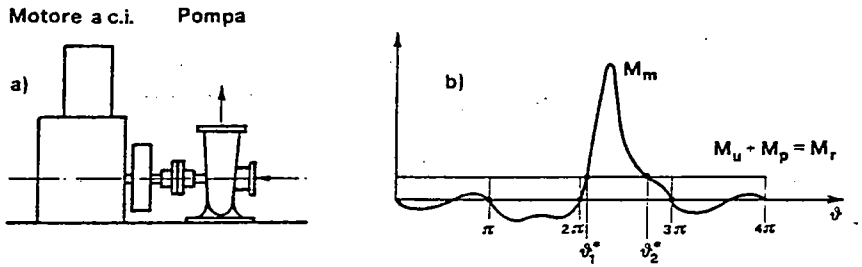


Fig.2.2–3

Sul diagramma di fig.2.2–3,b) i valori θ_1^* e θ_2^*, per i quali risulta $M_m = M_r$, individuano rispettivamente le posizioni angolari del gruppo in corrispondenza delle quali l'energia cinetica del sistema raggiunge il minimo ed il massimo.

Questo risultato ha un significato fisico evidente: infatti durante tutto l'intervallo (θ_1^*, θ_2^*) risulta $M_m > M_r$ e quindi nello stesso intervallo l'energia cinetica del gruppo va continuamente aumentando, raggiungendo un massimo alla fine dell'intervallo.

Nella restante frazione del ciclo, cioè nell'intervallo (θ_2^*, θ_1^*), si ha una continua prevalenza del momento resistente sul momento motore: alla fine di questo intervallo l'energia cinetica assume un valore minimo.

Esercizio 2.I

Un gruppo, costituito da una macchina motrice accoppiata ad una macchina utilizzatrice, funziona in condizione di regime.

Supponendo che (v. fig.2.I–1):

$$M_m = M_0$$
$$M_r = M_0 + M_1 \cos(\theta/2)$$
$$\omega(0) = \omega_0$$

determinare l'andamento della $\omega(\theta)$.

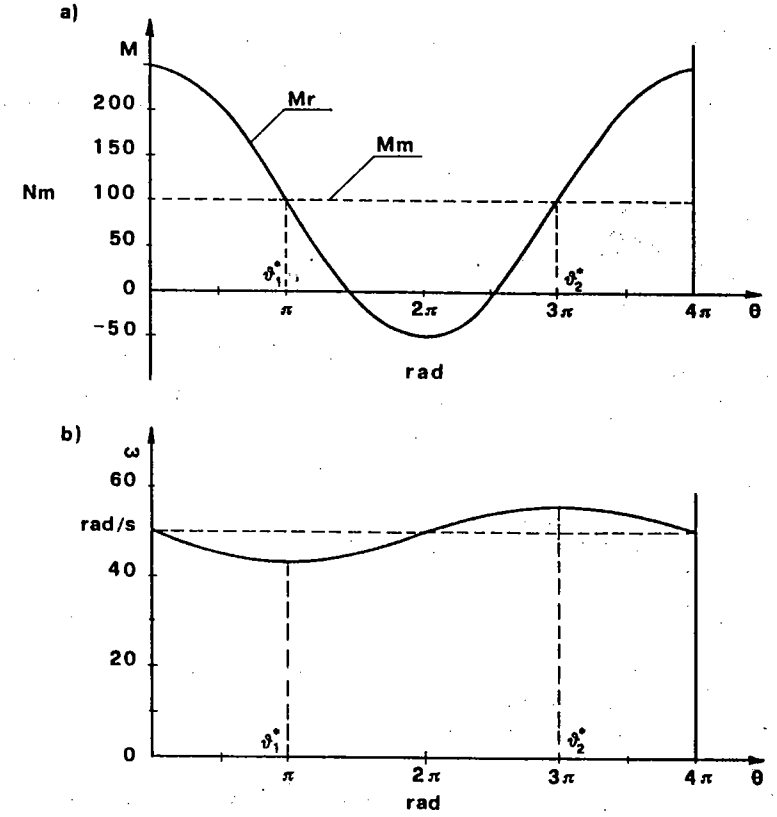


Fig.2.I–1

Sono assegnati:

$$M_0 = 100 \text{ N·m} \quad ; \quad M_1 = 150 \text{ N·m}$$
$$I_m = 0.4 \text{ kg·m}^2 \quad ; \quad I_u = 0.6 \text{ kg·m}^2$$
$$\omega_0 = 50 \text{ rad/s}$$

Svolgimento

Integrando l'equazione dell'energia cinetica tra 0 e θ:

$$\int_0^\theta (M_m - M_r)d\theta = \frac{1}{2} I \int_{\omega_0}^{\omega} d(\omega^2)$$

si ottiene:

$$-M_1 \int_0^\theta \cos(\theta/2)d\theta = \frac{1}{2} I(\omega^2 - \omega_0^2)$$

e quindi:

$$-2M_1 \sin(\theta/2) = \frac{1}{2} I(\omega^2 - \omega_0^2)$$

Da questa relazione si ricava:

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{4M_1}{I\omega_0^2} \sin(\theta/2)}$$

Il valore di $\omega(\theta)$ risulta reale se:

$$\frac{4M_1}{I\omega_0^2} < 1$$

cioè se l'energia cinetica iniziale del sistema, $(1/2)I\omega_0^2$, è maggiore del lavoro assorbito nel primo mezzo giro dalla componente armonica, $M_1 \cos(\theta/2)$, del momento resistente.

Con i dati assegnati risulta:

$$\omega = 50\sqrt{1 - 0.24\sin(\theta/2)}$$

In fig.2.I–1 sono stati riportati, in a) i diagrammi di $M_m(\theta)$ e di $M_r(\theta)$ ed in b) il diagramma $\omega(\theta)$.

Quest'ultimo diagramma mette in evidenza che la ω è periodica di periodo 4π e che i valori minimo e massimo di ω si hanno per $\theta = \pi$ e per $\theta = 3\pi$.

Il valor medio ω_m di ω risulta praticamente uguale ad ω_0:

$$\omega_m = \frac{\omega_0}{4\pi} \int_0^{4\pi} \sqrt{1 - 0.24\sin(\theta/2)}\, d\theta \cong \omega_0$$

È da osservare che il valore dell'integrale a secondo membro di questa relazione, calcolato numericamente, è pari a 3.958 π.

Lo scarto percentuale s tra i valori ω_{max} ed ω_{min} vale:

$$s = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_0} \cdot 100 = \frac{55.68 - 43.59}{50} \cdot 100 = 24.2\%$$

È da notare che, a parità di tutte le altre condizioni, il valore di s diminuisce al crescere di I.

2.3 Grado di irregolarità nel periodo

Da quanto riportato nel precedente paragrafo risulta che la velocità angolare a regime di un gruppo, costituito da due macchine, di cui almeno una sia a regime periodico, varia con legge periodica. Indicate con ω_1, ω_2 ed ω_m le velocità angolari minima, massima e media nel periodo, si definisce, come già detto, "grado di irregolarità nel periodo" il rapporto:

$$\delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_m}$$

Note che siano le finalità d'impiego del gruppo ed essendo quindi definito il tipo di macchina utilizzatrice da impiegare, è possibile fissare, in sede di progetto dello stesso, il valore di δ più opportuno.

Così, ad es., nel caso di un gruppo destinato alla produzione di energia elettrica, come quello descritto nel par. 2.1 e schematicamente rappresentato in fig.2.1–1, è necessario assumere un valore di δ molto piccolo, in modo che la variazione periodica della velocità angolare e quindi della frequenza risulti piccola.

Supposto di aver fissato $\delta = 1/300$, risulta:

$$\delta = (\omega_2 - \omega_1)/\omega_m = (f_2 - f_1)/f_m = 1/300$$

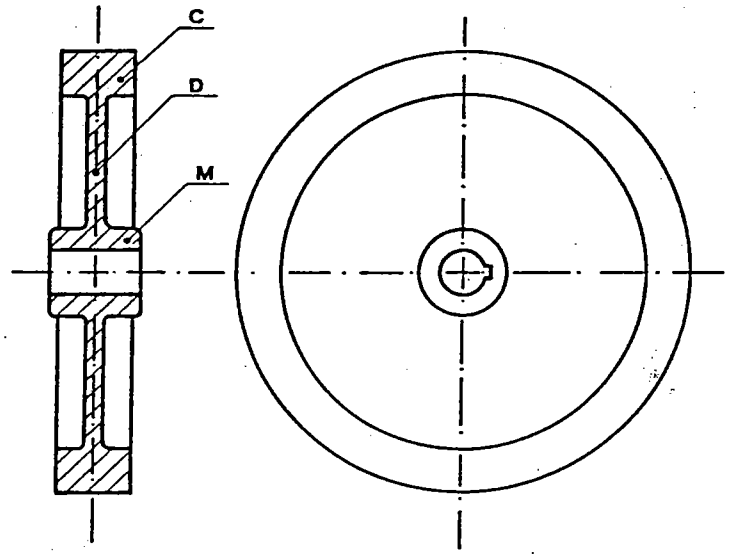


Fig.2.3-1

Se si ritiene che il valor medio, f_m, della frequenza nel periodo sia pari a 50 Hz, la differenza tra il valore massimo e minimo della frequenza di rete risulta data da:

$$f_2 - f_1 = 50 \cdot \delta = 0.166 \text{ Hz}$$

Se il generatore è bipolare, la velocità angolare media del gruppo risulta, d'altra parte, data da:

$$n_m = 60 \cdot f_m = 3000 \text{ giri/min}$$

e quindi:

$$n_2 - n_1 = \delta 3000 = 10 \text{ giri/min}$$

I valori di δ, comunemente adottati per diversi tipi di macchina utilizzatrice, sono i seguenti:

- Pompe e ventilatori ..... $\delta = 0.050 - 0.030$
- Macchine per la tessitura, per carta, mulini ..... $\delta = 0.025 - 0.020$
- Macchine per la filatura ..... $\delta = 0.020 - 0.010$
- Dinamo ..... $\delta = 0.015 - 0.010$
- Alternatori ..... $\delta = 0.005 - 0.003$

Affinché un gruppo abbia un grado di irregolarità nel periodo δ non superiore a quello richiesto dalla macchina utilizzatrice, è spesso necessario dotare la macchina a regime periodico, presente nel gruppo, di un opportuno volano.

Questo organo meccanico è costruito in acciaio o ghisa, ha la forma di un solido di rivoluzione (v. fig.2.3–1) ed è costituito da una corona C, da un disco D e da un mozzo M: esso viene sagomato in modo che, a parità di massa, presenti un elevato valore del momento d'inerzia di massa rispetto all'asse di rotazione.

Il volano viene in genere calettato (v. come es. di disposizione diversa l'esercizio 2.IV) sull'albero della macchina a regime periodico, dalla parte del giunto, che la collega all'altra macchina del gruppo; il suo momento d'inerzia di massa, aggiungendosi a quello degli organi rotanti del gruppo, riduce il grado di irregolarità nel periodo e, se è stato opportunamente calcolato, porta il valore di δ entri i limiti richiesti.

2.4 Determinazione del momento d'inerzia di massa di un volano

Un metodo approssimato per la determinazione del momento d'inerzia di massa di un volano è quello di Tredgold: esso si basa sulle seguenti due ipotesi semplificative:

1) nella determinazione del lavoro delle forze d'inerzia delle masse che si muovono di moto non rotatorio, si suppone costante la velocità angolare del gruppo,
2) nell'espressione del grado di irregolarità δ nel periodo si ritiene che al posto della velocità angolare media:

$$\omega_m = \frac{1}{\Theta} \int_0^{\Theta} \omega d\theta$$

si possa, con buona approssimazione, sostituire la media aritmetica dei valori minimo, ω_1, e massimo, ω_2, della velocità angolare nel periodo:

$$\omega_m \simeq \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

In questa ipotesi risulta:

$$\delta = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\omega_m^2} \qquad (2.4\text{-}1)$$

Per quanto si riferisce alla prima ipotesi, si osservi che nella equazione dell'energia cinetica del gruppo:

$$(M_m - M_r)d\theta = d(I\omega^2/2) \qquad (2.4\text{-}2)$$

I rappresenta il momento d'inerzia di massa ridotto di tutti gli organi mobili delle due macchine, presenti nel gruppo.

Nel caso più generale, in cui entrambe le macchine del gruppo siano a regime periodico, ed ancora nell'ipotesi che una parte degli organi suddetti si muova di solo moto rotatorio, mentre l'altra parte sia animata da moti diversi da quello rotatorio, il valore di I è costituito da una parte costante, che indicheremo con I_r, e da una parte variabile con θ, che indicheremo con I_a: la parte costante, I_r, è quella relativa agli organi rotanti, la parte variabile, I_a, agli organi animati da moti diversi dal rotatorio.

Con $I = I_r + I_a$ e $I_r = \text{cost}$ la (2.4-2) si scrive:

$$(M_m - M_r)d\theta = d\left[(I_r + I_a)\omega^2/2\right] = I_r d\omega^2/2 + I_a d\omega^2/2 + \omega^2 dI_a/2 \qquad (2.4\text{-}3)$$

Come è stato già ricordato nel par.1.14, la somma $\omega^2 dI_a/2 + I_a d\omega^2/2$ rappresenta il lavoro, col segno cambiato, delle forze d'inerzia delle masse dotate di moto non rotatorio. Tenendo conto della prima delle ipotesi semplificative, il termine $I_a d\omega^2/2$ risulta nullo.

Pertanto si può scrivere:

$$\omega^2 dI_a/2 = -(M_{i,m} + M_{i,u})d\theta \qquad (2.4\text{-}4)$$

avendo indicato con $M_{i,m}$ ed $M_{i,u}$ i momenti ridotti all'asse di rotazione delle forze d'inerzia delle masse dotate di moto non rotatorio, appartenenti rispettivamente alla macchina motrice ed alla macchina utilizzatrice; le forze suddette vanno calcolate ritenendo $\omega = \text{cost}$.

Dalla (2.4-3) si ottiene quindi:

$$(M_m + M_{i,m})d\theta - (M_r - M_{i,u})d\theta = (I_{r,m} + I_{r,u})d\left(\frac{\omega^2}{2}\right) \qquad (2.4\text{-}5)$$

Se infine con M'_m e con M'_r si indicano i momenti, motore e resistente, calcolati tenendo conto non solo delle forze attive e vincolari, ma anche delle forze d'inerzia, calcolate ritenendo ω costante, l'equazione dell'energia cinetica del gruppo può essere scritta nella forma:

$$(M'_m - M'_r)d\theta = I_r d\omega^2/2 \qquad (2.4\text{-}6)$$

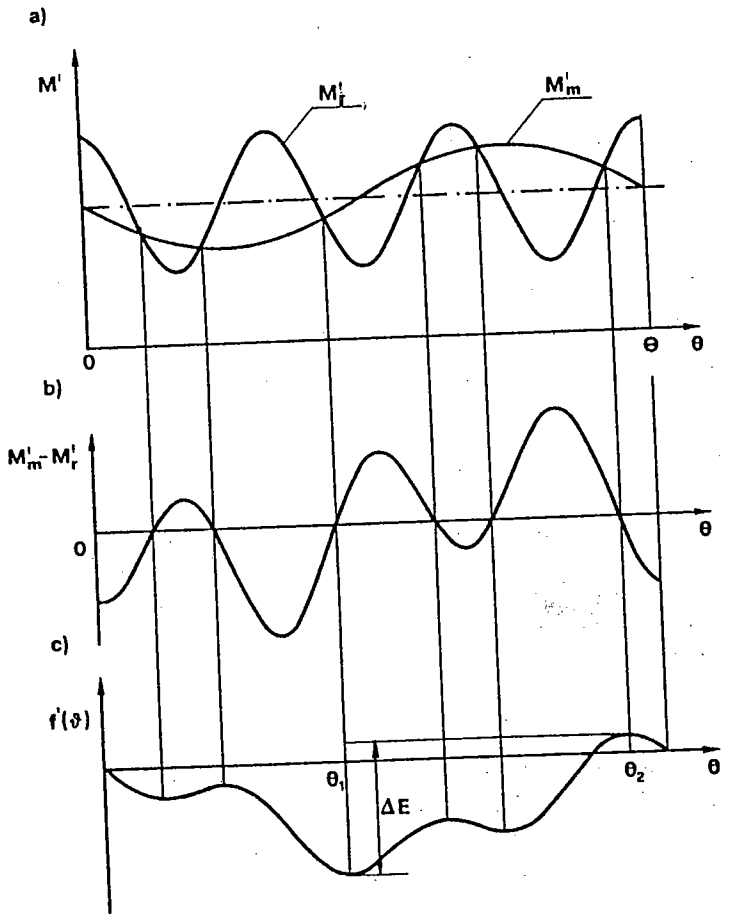


Fig.2.4–1

Sempre nel caso più generale, in cui entrambe le macchine del gruppo siano a regime periodico, le curve $M'_m(\theta)$ ed $M'_r(\theta)$, tracciate per un intero periodo Θ del gruppo, saranno del tipo rappresentato in fig.2.4–1,a).

Spesso queste curve sono tracciate per punti e non è nota la espressione analitica delle funzioni $M'_m(\theta)$ ed $M'_r(\theta)$ da esse rappresentate: questo è, ad es., il caso della curva del momento motore di un motore a c.i. alternativo (v. Cap.13).

In ogni caso è possibile tracciare la curva $(M'_m - M'_r) = f(\theta)$ (v. fig.2.4–1,b) e quindi la curva:

$$f'(\theta) = \int_0^\theta (M'_m - M'_r)d\theta$$

Quest'ultima curva presenterà (v. fig.2.4–1,c) dei massimi e dei minimi in corrispondenza delle ascisse dei punti di nullo della funzione $(M'_m - M'_r)$, come è stato osservato nel par.2.2.

Individuati il massimo ed il minimo assoluti della curva $f'(\theta)$, si può determinare la differenza ΔE dei corrispondenti valori: ΔE rappresenta, evidentemente, la massima variazione di energia cinetica del gruppo in esame nel periodo.

Indicate con θ_2 e θ_1 le ascisse relative al massimo ed al minimo suddetti, la velocità angolare del gruppo raggiunge in corrispondenza di queste ascisse i valori massimo e minimo nel periodo e si può pertanto scrivere:

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} (M'_m - M'_r)d\theta = \Delta E = \int_{\omega_1^2}^{\omega_2^2} I_r d(\omega^2/2) = I_r(\omega_2^2 - \omega_1^2)/2 \qquad (2.4\text{-}7)$$

Indicato con δ' il grado di irregolarità nel periodo, che si raggiunge senza che si operi alcun intervento sul gruppo, si può scrivere, tenendo presente la prima approssimazione:

$$\delta' = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\omega_m^2} \qquad (2.4\text{-}8)$$

Dalle (2.4-7) e (2.4-8) si ottiene:

$$\delta' = \frac{\Delta E}{I_r \omega_m^2} \qquad (2.4\text{-}9)$$

Se il valore di δ' risulta maggiore di quello richiesto δ, è necessario che il gruppo sia dotato di un volano.

Il valore, I_v, del momento d'inerzia di massa del volano resta definito dalla relazione:

$$\delta = \frac{\Delta E}{(I_r + I_v)\omega_m^2} \qquad (2.4\text{-}10)$$

e risulta quindi dato da:

$$I_v = \frac{\Delta E}{\delta \omega_m^2} - I_r \qquad (2.4\text{-}11)$$

Se nell'esporre il metodo di Tredgold si è considerato il caso, più generale, di un gruppo costituito da due macchine a regime periodico, è tuttavia opportuno notare che, nella maggior parte dei casi pratici, in un gruppo è presente una sola macchina a regime periodico.

Così, ad es., in un gruppo elettrogeno la macchina utilizzatrice (alternatore o dinamo) è una macchina a regime assoluto e può essere mossa da una macchina a regime periodico (motore a c.i. alternativo), come nell'esempio considerato nel par.2.1.

2.5 Dimensionamento di un volano

Calcolato col metodo descritto il valore di I_v, le dimensioni del volano vengono determinate tenendo conto e delle condizioni di ingombro e della sollecitazione del materiale di cui è costituita la corona.

Trascurando l'apporto, sul valore di I_v, della massa del disco e del mozzo (v. fig.2.5–1), si può scrivere:

$$I_v = d\pi(R_e^4 - R_i^4)s/2 \qquad (2.5\text{-}1)$$

con:

d = densità del materiale della corona

$2R_e$ = diametro esterno

$2R_i$ = diametro interno

s = dimensione assiale

Stabilito il materiale col quale si vuole costruire il volano, resta definito il valore di d.

I materiali comunemente usati sono la ghisa o l'acciaio; per questi materiali i valori medi della densità sono:

d = densità dell'acciaio = 7.86 kg/dm^3

d = densità della ghisa = 7.25 kg/dm^3

Fissati, in base a considerazioni di ingombro, i valori di R_e ed s, dalla (2.5-1) si deduce il valore di R_i.

Occorre a questo punto verificare che la sollecitazione, dovuta alle forze centrifughe, non superi il valore ammissibile per il materiale impiegato.

A questo proposito va osservato che, considerato un tratto elementare di corona di ampiezza $d\theta$ (v. fig.2.5–1), su tale elemento, nell'ipotesi di ω = cost, agiscono la forza centrifuga F_G, data da:

$$F_G = dmR_G\omega^2 = d \cdot A \cdot R_G \cdot d\theta \cdot R_G\omega^2$$

ω_m = velocità angolare media di $a = 2\pi \cdot n/60 \cdot \varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3 = 3.16$ rad/s

Essendo $\delta = 1/30$, si deduce che:

$$I'_v = \Delta E/\delta\omega_m^2 = 3531 \text{ kg·m}^2$$

Il valore richiesto di I_v si calcola con la condizione:

$$I_v\omega_1^2/2 = I'_v\omega_m^2/2$$

dove:

ω_1 = velocità angolare dell'albero veloce di $r_1 = \omega_m\varepsilon_2\varepsilon_3 = 3.16 \cdot 16 = 50.56$ rad/s.

Il valore di I_v è quindi dato da:

$$I_v = I'_v(\omega_m/\omega_1)^2 = 3531/16^2 = 13.8 \text{ kg·m}^2$$

Per il calcolo della potenza del motore asincrono M, si osservi che la potenza utile P_u è data da:

$$P_u = M_m\omega_m = 250 \cdot 3.16 = 790 \text{ W}$$

e che la potenza P_e del motore elettrico, dovendo compensare la potenza dissipata in calore nei tre meccanismi, c, r_1 ed r_2, dovrà risultare pari a:

$$P_e = P_u/\eta_1\eta_2\eta_3 = 1372 \text{ W} \cong 1.4 \text{ kW}$$

Per quanto si riferisce al numero n_u delle corse utili che la macchina utensile compie in un minuto, è da osservare che, per ogni giro dell'albero a manovella a, la macchina compie una corsa utile: il valore di n_u è quindi dato da:

$$n_u = n/\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3 \cdot = 30.2$$

e coincide ovviamente con il numero di giri che l'albero a manovella compie in un minuto.

2.6 Caratteristica meccanica di una macchina

Il funzionamento di una macchina dipende da un numero più o meno grande di variabili, che si influenzano a vicenda secondo relazioni che sono caratteristiche della macchina stessa.

Così, ad es., il funzionamento di una macchina elettrica dipende dai valori che assumono alcune grandezze fisiche, come la corrente, la tensione, la velocità angolare.

Si definisce caratteristica di una macchina la funzione che esprime come varia una grandezza fisica al variare di altre grandezze fisiche, legate tra loro da relazioni che sono proprie della macchina stessa.

Se si indica con A la grandezza in questione e con $B, C, D, ...$, le altre grandezze ad essa legate, una caratteristica della macchina è espressa da una relazione del tipo:

$$A = f(B, C, D, ...)$$

La funzione suddetta viene in genere rappresentata mediante una famiglia di curve parametriche:

$$A = f(N)$$

ognuna delle quali ottenuta facendo variare la grandezza N e mantenendo costanti le altre: ciascuna delle curve così ottenute prende il nome di curva caratteristica della macchina.

Ogni curva caratteristica viene determinata sperimentalmente, mediante una serie di prove di laboratorio, ciascuna delle quali eseguita in condizioni di regime definite e controllate.

Il funzionamento di una macchina è quindi caratterizzato da un insieme di curve caratteristiche la cui conoscenza consente una corretta utilizzazione della stessa.

In questa sede ci occuperemo di una particolare ed importante caratteristica, che prende il nome di caratteristica meccanica.

Si definisce caratteristica meccanica di una macchina la curva che riporta l'andamento del momento della coppia, motrice o resistente, al variare della velocità angolare della macchina.

Si osservi che se la macchina è a regime periodico i valori della coppia e della velocità sono quelli medi nel periodo.

A titolo di esempio in fig.2.6–1 sono riportati gli andamenti qualitativi delle caratteristiche meccaniche di due macchine tra le più diffuse nella pratica tecnica, cioè quella di un motore a c.i. alternativo in a) e di un motore elettrico asincrono in b).

Questi due esempi permettono innanzi tutto di mettere in evidenza le differenze sostanziali delle due caratteristiche meccaniche: quella relativa al motore a c.i. presenta infatti un momento motore poco variabile al variare della velocità angolare; quella relativa al motore asincrono presenta invece l'ultimo ramo ad andamento pressocché rettilineo ed a forte pendenza negativa ($\partial M_m/\partial n < 0$).

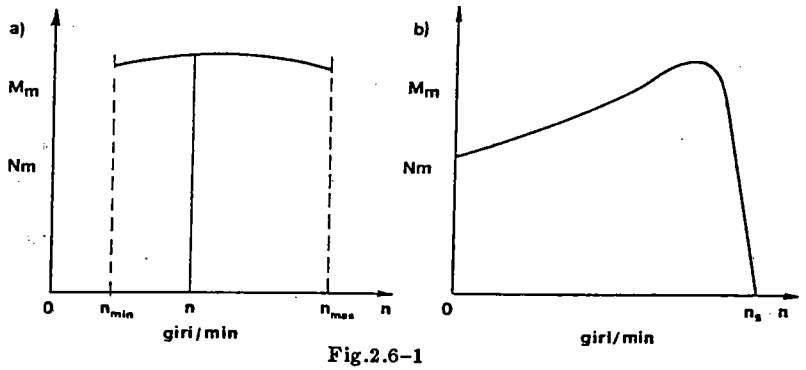


Fig.2.6–1

Per entrambi i tipi di motore considerati, la caratteristica meccanica viene determinata sperimentalmente per punti, misurando il momento motore della macchina in assegnate condizioni di regime.

L'impianto di prova è costituito dalla macchina motrice (motore asincrono o motore a c.i. alternativo) accoppiata ad un freno dinamometrico mediante un giunto opportuno.

Il freno dinamometrico è una macchina particolare che ha la funzione di generare una coppia resistente che, equilibrando la coppia motrice del motore in prova, permette al gruppo, motore–freno dinamometrico, di realizzare condizioni di regime in corrispondenza di un prefissato valore della velocità angolare.

Oltre alla suddetta funzione, il freno dinamometrico ha anche quella di consentire la misura del momento resistente nelle ricordate condizioni di regime, risultando nei due casi considerati:

- motore asincrono $M_m = M_r$
- motore alternativo $M_{m,\mathrm{med}} = M_r$

Il valore misurato del momento resistente coincide quindi col valore del momento motore: la coppia di valori del momento motore e della velocità angolare di prova, costituiscono un punto della curva caratteristica che si vuole determinare.

Eseguendo una serie di prove facendo variare il momento resistente e mantenendo costanti, nel corso di ciascuna di esse, tutte le grandezze che influenzano il funzionamento del motore, si ottiene per punti la caratteristica meccanica della macchina motrice in esame.

In fig.2.6–2 è riportato lo schema dell'impianto di prova descritto: M è il motore, di cui si vuole determinare la caratteristica meccanica, FD il freno dinamometrico, G il giunto che accoppia le due macchine.

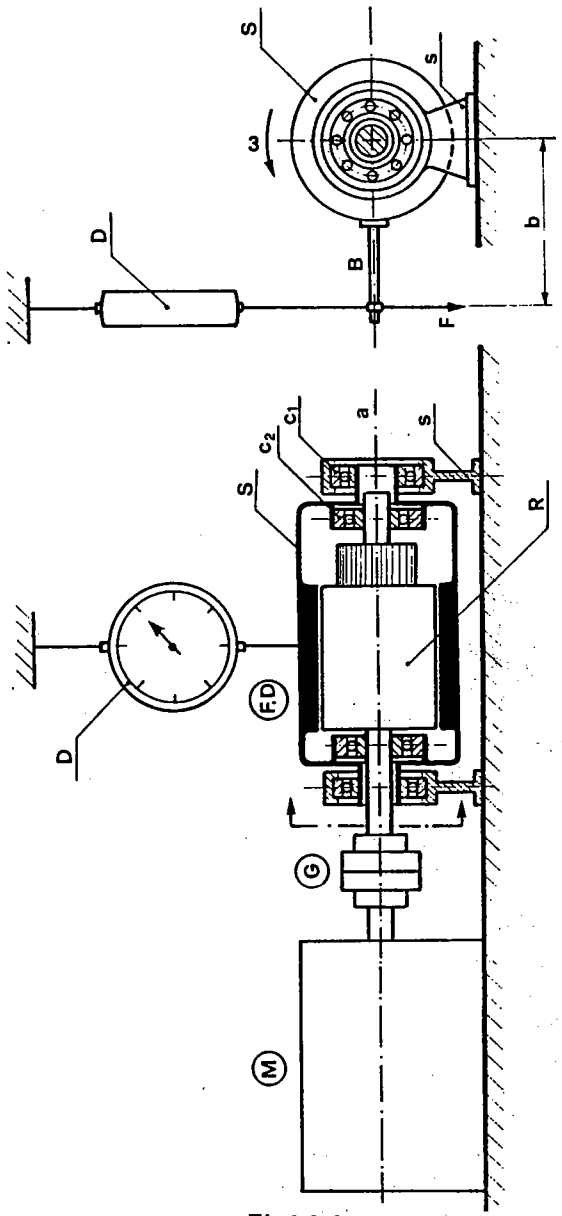


Fig.2.6–2

Esistono vari tipi di freni dinamometrici; la tendenza attuale è quella di utilizzare per questo scopo dinamo dinamometriche.

In fig.2.6–2 è schematicamente rappresentato un freno dinamometrico di questo tipo: la macchina non differisce sostanzialmente da una comune dinamo ed è quindi in grado di assorbire la potenza meccanica del motore; la potenza elettrica così generata viene in genere trasferita alla rete mediante un sistema non rappresentato in figura.

La particolarità della dinamo dinamometrica è quella di avere i supporti s della macchina indipendenti dallo statore S e lo statore stesso montato su cuscinetti c_1, che ne consentono la rotazione intorno all'asse a della macchina.

Il rotore R della dinamo è collegato allo statore S mediante due cuscinetti c_2, che consentono la rotazione relativa di R rispetto ad S.

In queste condizioni lo statore tenderebbe a ruotare intorno all'asse a della macchina, nello stesso verso di rotazione del gruppo, perché su di esso agisce un momento, uguale e contrario a M_r e quindi uguale al momento motore M_m.

La suddetta rotazione è però impedita, perché allo statore S è solidale un braccio rigido B, a sua volta collegato ad un dinamometro D: detta F la forza indicata dal dinamometro, il valore del momento motore M_m risulta dato da:

$$M_m = Fb$$

con:

b = braccio della F rispetto all'asse di rotazione (v. fig.2.6–2).

Nel caso che il motore in prova sia un motore alternativo a c.i., tra le grandezze, che nel corso delle prove si mantengono costanti, ricordiamo la temperatura e l'umidità dell'aria all'ingresso del motore, la temperatura dell'acqua di raffreddamento del motore, la temperatura dell'olio lubrificante, ecc.

Poiché nel caso in esame il valore del momento della coppia motrice dipende, a parità delle suddette grandezze, dalle condizioni di alimentazione del motore, ciascuna curva caratteristica è relativa ad assegnate condizioni di alimentazione.

Così, ad es., se il motore a c.i. in esame è ad accensione comandata e se è alimentato a mezzo di un carburatore, le condizioni di alimentazione sono definite dalla posizione angolare della valvola a farfalla del carburatore (v. fig.2.6–3,a): ad ogni posizione angolare α di questa valvola corrisponde quindi, (v. fig.2.6–3,b), una curva caratteristica $M_m = f(n)$.

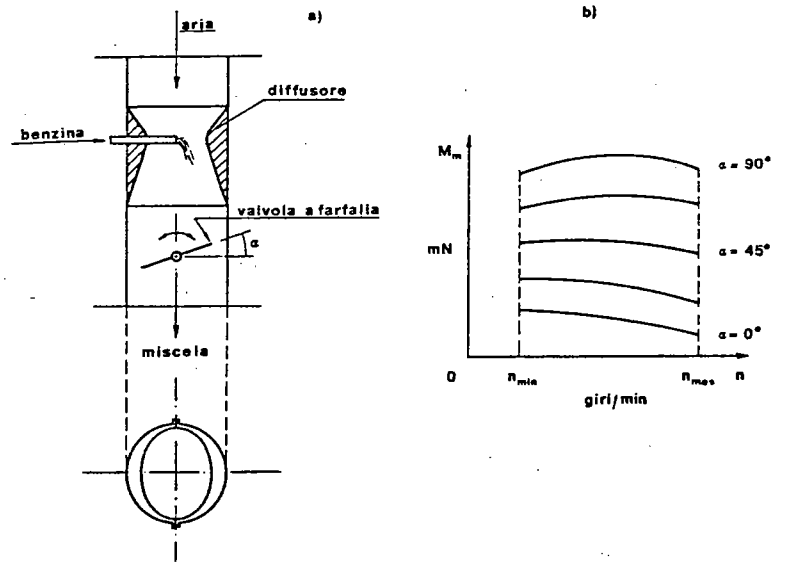


Fig.2.6–3

La conoscenza delle caratteristiche meccaniche delle due macchine, presenti in un gruppo, è essenziale in quanto permette di risolvere problemi relativi al funzionamento del gruppo, come quello di determinare la velocità angolare di regime, l'andamento della velocità angolare durante il transitorio di avviamento o di arresto, il comportamento del gruppo al variare delle condizioni di funzionamento.

Se si dispone delle due caratteristiche, la velocità di regime n del gruppo si determina come l'ascissa del punto di intersezione delle due curve per il quale risulta verificata la condizione di regime: $M_m = M_r$ (v. fig.2.6–4).

L'andamento della velocità angolare durante il transitorio di avviamento si ottiene integrando l'equazione del moto del gruppo:

$$I\frac{d\omega}{dt} = M_m - M_r \qquad (2.6\text{-}1)$$

con:

$I = I_m + I_u$

I_m = momento d'inerzia di massa ridotto della macchina motrice,

I_u = idem per la utilizzatrice.

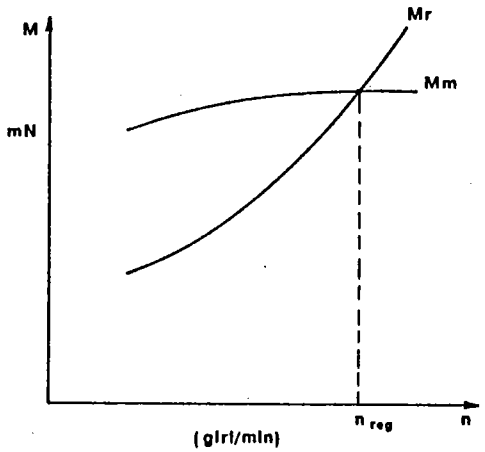


Fig.2.6–4

La (2.6-1) può essere facilmente integrata, se, in prima approssimazione, si assume che M_m ed M_r siano funzioni della sola ω: in queste ipotesi le funzioni $M_m(\omega)$ ed $M_r(\omega)$ coincidono con le caratteristiche meccaniche delle due macchine.

Operando in questo modo e separando le due variabili ω e t, che, nelle ipotesi fatte, sono le sole che figurano nella (2.6-1), ed infine integrando, si ottiene:

$$\int_0^{\omega} \frac{d\omega}{M_m - M_r} = \frac{1}{I} \int_0^t dt$$

È così possibile ricavare la $\omega(t)$ (v. esercizio 2.V).

Per quanto si riferisce all'accennato problema del comportamento del gruppo al variare delle condizioni di regime, il problema verrà affrontato nel paragrafo che segue.

Esercizio 2.V

Si consideri il gruppo schematicamente rappresentato in fig.2.V–1,a).
Le caratteristiche meccaniche delle due macchine siano date dalle relazioni:

$$M_m = a' + b'\omega$$
$$M_r = a'' + b''\omega$$

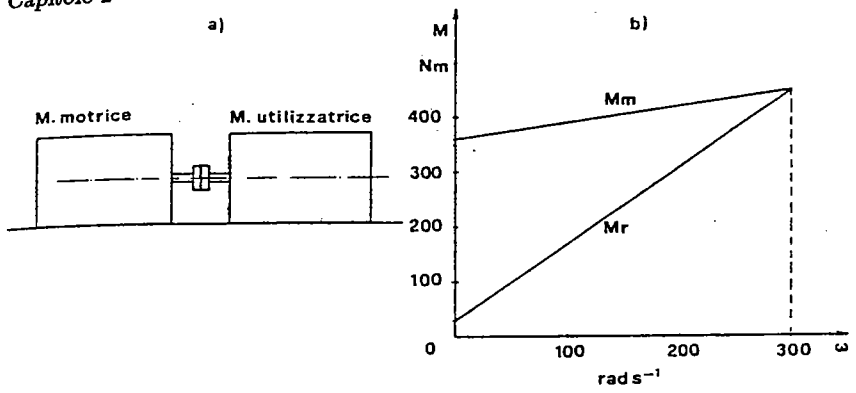


Fig.2.V–1

con:

$$a' = 360 \text{ N·m} \quad ; \quad b' = 0.3 \text{ N·m/rad} \cdot \text{s}^{-1}$$
$$a'' = 30 \text{ N·m} \quad ; \quad b'' = 1.4 \text{ N·m/rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Le corrispondenti curve caratteristiche sono riportate in fig.2.V–1,b).
Posto:

$$I_m = 14 \text{ kg·m}^2 \quad ; \quad I_u = 16 \text{ kg·m}^2$$

determinare:

1) la velocità di regime ω_{reg},
2) la potenza a regime del gruppo.

Nell'ipotesi che il sistema sia rigido, determinare inoltre:

3) la legge del moto $\omega(t)$,
4) il momento torcente $M_t(t)$, che sollecita l'albero che collega le due macchine, durante il transitorio di avviamento del gruppo.

Svolgimento

Dovendo, in condizioni di regime, risultare:

$$M_m = M_r$$

dall'intersezione delle due curve caratteristiche di fig.2.V–1,b) si deduce che $\omega_{reg} = 300$ rad/s.

Disponendo, nel caso particolare in esame, delle espressioni analitiche delle due funzioni $M_m(\omega)$ e $M_r(\omega)$, la ω_{reg} può essere determinata ponendo:

$$M_m = a' + b'\omega = M_r = a'' + b''\omega$$

Da questa relazione si ottiene:

$$\omega_{reg} = \frac{a' - a''}{b'' - b'} = 300 \text{ rad/s}$$

$$M_{mreg} = 360 + 0.3 \cdot 300 = 450 \text{ N·m}$$

La potenza P a regime è data da:

$$P = (M\omega)_{reg} = 135 \cdot 10^3 \text{ W} = 135 \text{ kW}$$

Durante il transitorio di avviamento, la legge del moto del gruppo è data da:

$$I\frac{d\omega}{dt} = M_m - M_r = a' - a'' + (b' - b'')\omega = a - b\omega$$

con:

$$a = a' - a''$$
$$b = b'' - b'$$

Separando le variabili:

$$\frac{d\omega}{a - b\omega} = \frac{1}{I}dt$$

ed integrando con $I = \text{cost}$, si ottiene:

$$-\frac{1}{b}\Big[ln|a - b\omega|\Big]_0^{\omega} = t/I$$

Tenendo presente che, per $\omega < \omega_{reg}$, è $a > \omega b$, si deduce che:

$$-\frac{1}{b}ln[(a - b\omega)/a] = t/I$$

e quindi:

$$ln[(a - b\omega)/a] = -bt/I$$

ed infine:

$$\omega(t) = \left(1 - e^{-\frac{b}{I}t}\right)a/b$$

Poiché:

$$a = a' - a'' = 330 \text{ N·m}$$
$$b = b'' - b' = 1.1 \text{ N·m/rad} \cdot \text{s}^{-1}$$
$$I = I_m + I_u = 30 \text{ kg·m}^2$$

la funzione $\omega(t)$ è data da:

$$\omega(t) = 300\left(1 - e^{-\frac{1.1}{30}t}\right)$$

In fig.2.V–2) è riportato il grafico della $\omega(t)$.

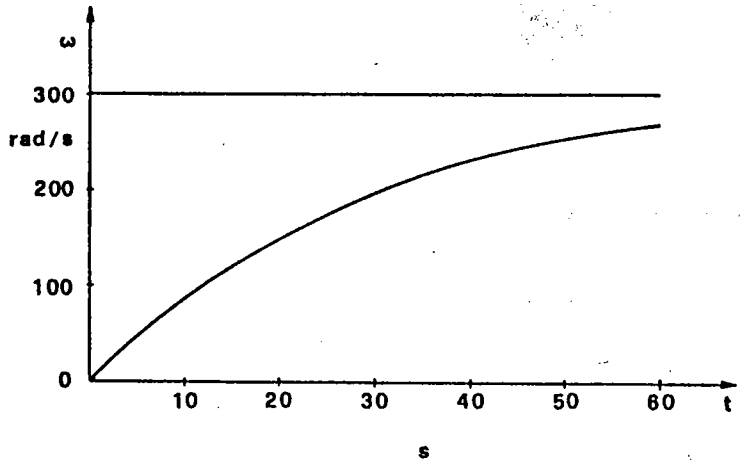


Fig.2.V–2

Tenendo presente che il momento torcente M_t, che sollecita l'albero che collega le due macchine, è dato da:

$$M_t = M_m - I_m d\omega/dt = M_r + I_u d\omega/dt$$

si ottiene:

$$M_t = M_m - I_m \frac{a}{I}\, e^{-\frac{b}{I}t} = a' + b'\omega - I_m \frac{a}{I} e^{-\frac{b}{I}t} =$$

$$= a' + b'\frac{a}{b}\left(1 - e^{-\frac{b}{I}t}\right) - \frac{I_m}{I} a \cdot e^{-\frac{b}{I}t} =$$

$$= a' + \frac{b'}{b}a - \left(\frac{b'}{b} + \frac{I_m}{I}\right) \cdot a e^{-\frac{b}{I}t}$$

e con i dati assegnati:

$$M_t = 360 + 90 - 244\, e^{-\frac{1}{30}t} = 450 - 244\, e^{-\frac{1}{30}t}$$

È da osservare che per:

$$t = 0 \qquad M_t = 450 - 244 = 206 \text{ N·m}$$

$$t \to \infty \qquad M_t \to M_{m,reg} = 450 \text{ N·m}$$

In fig. 2.V–3 è riportato il grafico della $M_t(t)$.

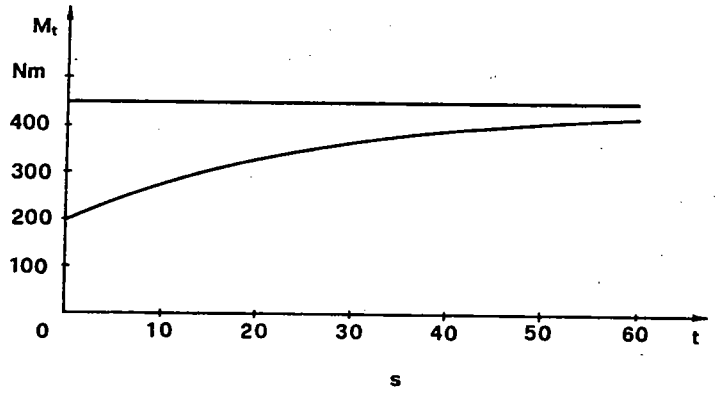


Fig.2.V–3

È opportuno considerare che i risultati ottenuti sono approssimati.

Infatti mentre dalla espressione della $\omega(t)$ si deduce che la ω tende alla ω_{reg} per $t \to \infty$, in pratica la velocità angolare raggiunge il valore di regime dopo un tempo finito.

Questa non aderenza alla realtà del risultato teorico dipende essenzialmente dall'approssimazione commessa nel ritenere valide nel transitorio di avviamento le caratteristiche $M_m(\omega)$ e $M_r(\omega)$ che, per quanto è stato detto, si riferiscono a condizioni di regime.

È da ritenere che durante il transitorio di avviamento M_m e M_r non risultano funzioni della sola ω.

Anche la funzione $M_t(t)$ risulta approssimata e ciò è dovuto essenzialmente all'altra approssimazione adottata nel ritenere il sistema rigido.

2.7 Stabilità delle condizioni di regime

Si consideri un gruppo che stia funzionando in condizioni di regime e si supponga che tali condizioni siano quelle corrispondenti alle coordinate (ω e $M = M_m = M_r$) del punto di intersezione A delle curve caratteristiche delle due macchine (v. fig.2.7–1).

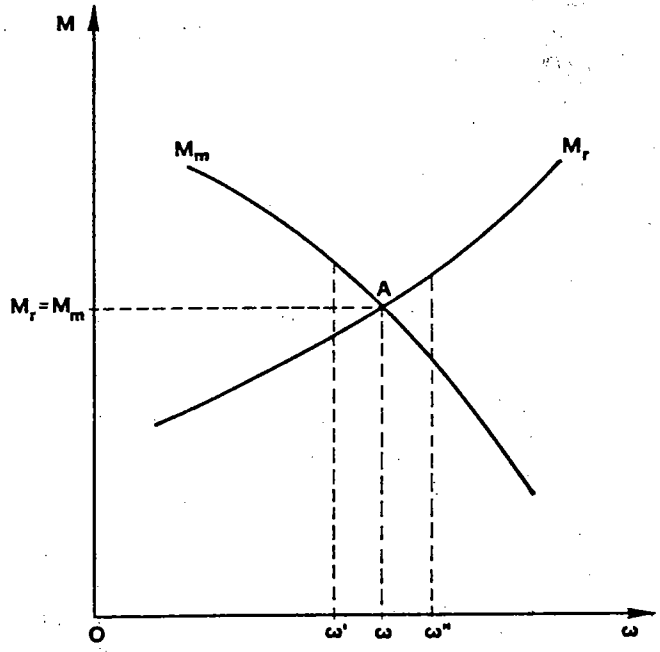


Fig.2.7–1

Si immagini adesso che per una ragione esterna qualsiasi le condizioni di regime suddette vengano alterate per un breve intervallo di tempo: si può, ad es., immaginare che una coppia resistente impulsiva venga applicata dall'esterno sul gruppo.

Per effetto di tale impulso la velocità angolare del gruppo diminuisce portandosi al valore che in fig.2.7–1 è stato qualitativamente indicato con ω'.

Poiché per $\omega = \omega'$ risulta (v. fig.2.7–1) $M_m > M_r$, la velocità angolare aumenterà ed il gruppo si riporterà nelle condizioni di regime iniziali.

Il ripristino delle condizioni iniziali di regime si verificherà anche se si ipotizza che sul gruppo agisca una coppia motrice impulsiva; in questa ipotesi la velocità angolare del gruppo aumenterà e, portandosi al valore $\omega'' > \omega$ (v. fig.2.7–1), sposterà il funzionamento del gruppo in una situazione nella quale risulta $M_m < M_r$: a causa di questa prevalenza del momento resistente sul momento motore il gruppo rallenterà, portandosi nelle condizioni di regime di partenza.

Le condizioni di regime, rappresentate dal punto A di fig.2.7–1, si diranno stabili, in quanto ad una qualsiasi perturbazione esterna impulsiva il sistema reagisce, riportandosi nelle condizioni di regime iniziali.

Dall'esame della fig.2.7–1 si deduce che la condizione che rende stabile il regime nel punto A, si esprime scrivendo:

$$\left(\frac{\partial M_m}{\partial \omega}\right)_A < \left(\frac{\partial M_r}{\partial \omega}\right)_A \qquad (2.7\text{-}1)$$

In fig.2.7–2 le condizioni di regime relative al punto d'intersezione A delle due curve caratteristiche risultano invece instabili.

Infatti se, a causa di azioni impulsive esterne la velocità angolare varia nell'intorno della velocità angolare di regime, il gruppo reagisce alla perturbazione allontanandosi indefinitamente dalle condizioni di regime iniziali.

Così, ad es., se la velocità angolare in seguito ad una perturbazione impulsiva si porta al valore $\omega'' > \omega$ (v. fig.2.7–2), risultando in corrispondenza di questa ascissa $M_m > M_r$, il gruppo aumenterà la sua velocità angolare e spostandosi verso condizioni, che vedono sempre più prevalere M_m su M_r, si allontanerà indefinitamente dalla condizione di regime iniziale.

Analogamente, se la velocità angolare del gruppo, a causa di una perturbazione impulsiva, si sposta in $\omega' < \omega$, risultando per questo valore dell'ascissa $M_r > M_m$, il gruppo rallenterà ulteriormente e, spostandosi verso condizioni che vedono sempre più prevalere M_r su M_m, alla fine si arresterà.

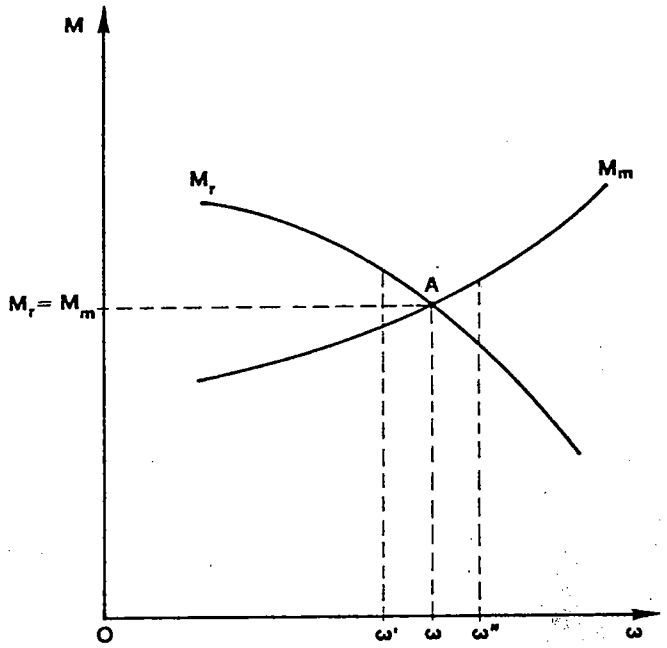


Fig.2.7–2

In conclusione le condizioni di regime di un gruppo saranno stabili, indifferenti, instabili a seconda che nel punto d'intersezione delle caratteristiche, che le individua, risulti:

$$\frac{\partial M_m}{\partial \omega} \lessgtr \frac{\partial M_r}{\partial \omega} \qquad (2.7\text{-}2)$$

2.8 Regolazione e grado di staticità

Si supponga che in ogni condizione di funzionamento della macchina utilizzatrice, il momento resistente sia somma di un termine costante, che rappresenta il momento utile derivante dalle condizioni di utilizzo della macchina, e di un termine, più piccolo del primo e crescente con ω, dovuto alle resistenze passive della macchina stessa; in questa ipotesi la curva caratteristica della macchina utilizzatrice avrà un andamento crescente al crescere di ω, sicché in tutti i suoi punti risulterà:

$$\partial M_r / \partial \omega > 0$$

In questo caso il gruppo sarà certamente stabile in tutto il campo di funzionamento, se la curva caratteristica della macchina motrice è decrescente con ω, cioè se in ogni suo punto risulterà (vedi fig. 2.8–1):

$$\frac{\partial M_m}{\partial \omega} < 0$$

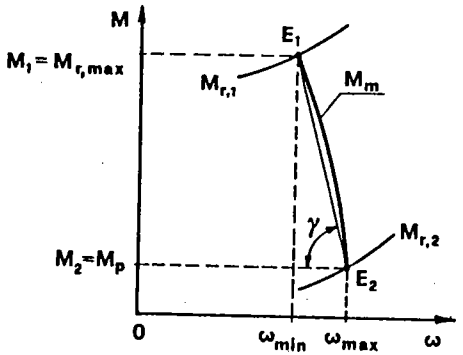


Fig.2.8–1

Nelle ipotesi suddette, al variare delle condizioni di funzionamento della macchina utilizzatrice tra quella di funzionamento a vuoto ($M_u = 0$, $M_m = M_2 = M_p$) e quella a pieno carico ($M_m = M_1 = M_{r,\max}$), la variazione ($\omega_{\max} - \omega_{\min}$) della velocità angolare del gruppo risulta tanto più piccola quanto più grande è l'angolo γ (v. fig.2.8–1) che la retta, congiungente gli estremi E_1 ed E_2 della caratteristica $M_m = f(\omega)$, forma con l'asse delle ascisse:

$$\tan\gamma = \frac{M_1 - M_2}{\omega_{\max} - \omega_{\min}}$$

Un andamento della curva caratteristica analogo a quello della curva M_m, riportato in fig 2.8–1, è quello del tratto a forte pendenza negativa della caratteristica di un motore asincrono, riportato in fig. 2.6–1.

A questo proposito è opportuno osservare che il motore asincrono viene fatto funzionare nel tratto AB (v. fig. 2.8–2) e che il punto E_1, corrispondente al carico massimo, coincide in genere (per motivi di sicurezza) col punto centrale del tratto AB.

Sulla fig.2.8–2 si è segnata anche la curva caratteristica della macchina utilizzatrice corrispondente al funzionamento a vuoto.

Si osservi che l'intersezione B del segmento AB con l'asse delle ascisse individua un valore n_s della velocità di funzionamento del gruppo e quindi

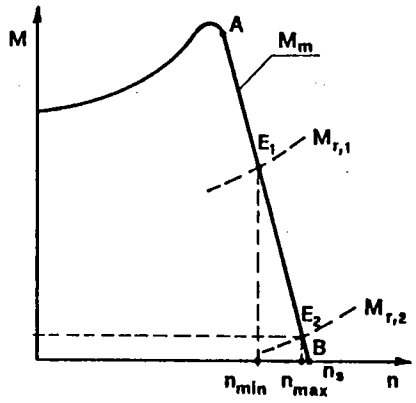


Fig.2.8–2

del motore, che prende il nome di velocità di sincronismo del motore. Tale velocità è definita dalla (2.1-1) e per macchine ad una o due coppie polari è pari a 3000 e 1500 giri/min rispettivamente.

È da notare che la suddetta velocità di sincronismo è puramente ideale in quanto, anche con motore elettrico staccato dalla macchina utilizzatrice, ci sarà sempre un momento resistente, dovuto all'attrito nei cuscinetti del motore.

Quando il motore elettrico funziona nel tratto E_1E_2 la sua velocità angolare n sarà compresa tra $n_{\min}$ ed $n_{\max}$; si definisce scorrimento s del motore asincrono il rapporto:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}$$

Nelle condizioni di carico massimo ($n = n_{\min}$), tale rapporto vale circa 0,03.

Se il motore del gruppo è un motore a c.i. alternativo, le sue curve caratteristiche, al variare del grado di alimentazione α del motore, si presentano come in fig. 2.8–3.

Si supponga ancora che le caratteristiche della macchina utilizzatrice siano crescenti leggermente con n e che tale macchina sia un alternatore.

Si supponga ora che il gruppo funzioni a pieno carico e che tali condizioni di funzionamento a regime siano rappresentate dal punto E_1.

Pur essendo soddisfatte, nell'intorno del punto E_1, le condizioni di stabilità del gruppo:

$$\frac{\partial M_m}{\partial n} < \frac{\partial M_r}{\partial n}$$

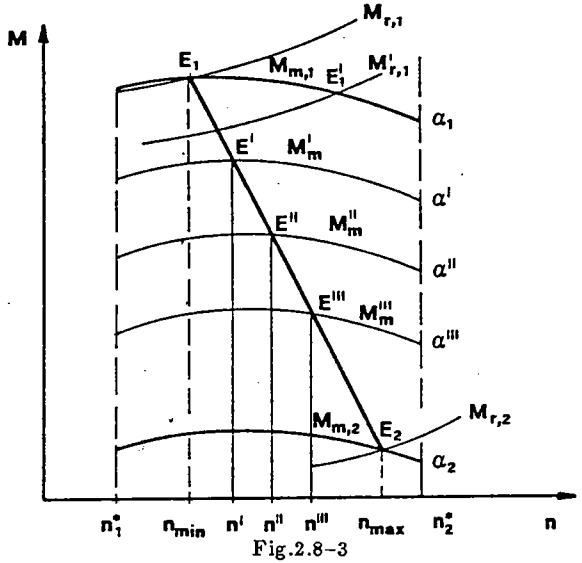


Fig.2.8–3

se la curva caratteristica del motore resta la $M_{m,1}$, piccole variazioni del carico dell'alternatore si accompagnano a variazioni così grandi della velocità angolare del gruppo e quindi della frequenza di rete, da rendere inaccettabili le nuove condizioni di regime del gruppo: così, ad esempio, se il carico sull'alternatore diminuisce, la nuova curva caratteristica $M_{r,1}'$ interseca la curva $M_{m,1}$ (v. fig.2.8–3) in un punto E_1' la cui ascissa è molto più grande di n_1.

Bisogna inoltre considerare che a più grandi variazioni del carico dell'alternatore, il gruppo non è più in grado di assicurare condizioni di regime entro l'intervallo (n_1^*, n_2^*) di funzionamento del motore.

Tenendo conto di queste considerazioni si deve concludere che, così come è stato già messo in evidenza nel par.2.1, è necessario intervenire sull'organo che regola l'alimentazione del motore: questo intervento deve essere tale che ad un aumento della velocità angolare del gruppo, causato da una diminuzione del carico sull'alternatore, corrisponda una diminuzione del grado di alimentazione del motore.

Fissato il valore n_{max} della velocità angolare massima del gruppo ed indicato con $M_{r,2} = M_p = M_{p,m} + M_{p,u}$ il valore del momento resistente a vuoto, questi due valori individuano nel piano M, n il punto E_2 di funzionamento a vuoto del gruppo (v. fig.2.8–3).

La retta E_1E_2, che congiunge i punti così individuati (v. fig.2.8–3), può

rappresentare la curva caratteristica del motore regolato nel modo descritto.

Perché ciò avvenga è necessario che, al variare della velocità angolare del motore, l'organo di regolazione assuma le posizioni, relative ai gradi di alimentazione $\alpha', \alpha'', \alpha'''$, in corrispondenza delle velocità angolari n', n'', n''', ascisse dei punti E', E'', E''' (v. fig.2.8–3). E', E'', E''', sono le intersezioni delle caratteristiche meccaniche M_m', M_m'', M_m''' del motore, relative ai diversi gradi di alimentazione $\alpha' > \alpha'' > \alpha'''$, con la retta E_1E_2.

In pratica la caratteristica del motore regolato è una curva che congiunge i punti E_1 ed E_2 con un andamento che non si discosta molto da quello rettilineo ipotizzato in fig.2.8–3.

In fig.2.8–4 è stata riportata la retta E_1E_2, che rappresenta la curva caratteristica $M_m(n)$ della macchina motrice, "regolata" nel modo descritto.

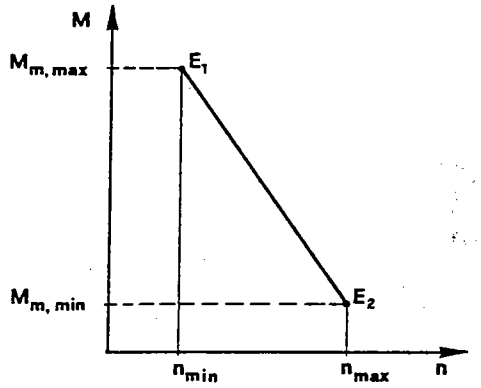


Fig.2.8–4

Indicati con $M_{m,max}$ ed $M_{m,min}$ i valori massimo e minimo del momento motore si definisce "campo di regolazione" della macchina la differenza $M_{m,max} - M_{m,min}$.

Indicati con n_{max} ed n_{min} i valori massimo e minimo della velocità angolare (v. fig.2.8–4) si definisce "grado di staticità" il rapporto s:

$$s = (n_{max} - n_{min})/n \qquad (2.8\text{-}1)$$

con:

n = velocità angolare media $= (n_{max} + n_{min})/2$.

Il valore di s può essere espresso anche dalla relazione:

$$s = (n_{max}^2 - n_{min}^2)/2n^2 \qquad (2.8\text{-}2)$$

che si ottiene dalla (2.8-1), moltiplicando numeratore e denominatore per n.

È da osservare che nel caso della regolazione della velocità angolare di un gruppo, il valore medio n della velocità angolare non può essere definito che come media aritmetica dei valori n_{max} ed n_{min}, dal momento che la velocità angolare varia tra questi due estremi in maniera non definita: per questo motivo la (2.8-2) è una relazione da considerarsi esatta.

La regolazione descritta viene indicata come "regolazione della velocità angolare del gruppo": essa deve essere effettuata con continuità e quindi non può che essere automatica (non manuale), nel senso che deve essere realizzata da un apparecchio, che "senta" la velocità angolare del gruppo ed in funzione di questa grandezza sia in grado di "posizionare", nella maniera opportuna, l'organo che regola l'immissione del fluido nel motore.

L'apparecchio, che svolge le funzioni suddette, prende il nome di "regolatore di velocità": esso può essere realizzato per via elettronica in vari modi, ma ancora oggi si utilizzano a questo scopo regolatori meccanici, spesso preferiti sia per la semplicità di manutenzione che per l'affidabilità che li caratterizza.

Nei paragrafi che seguono limiteremo la nostra attenzione ai regolatori di velocità meccanici.

2.9 I regolatori centrifughi

Nei regolatori centrifughi si utilizza la forza centrifuga, che agisce sulle "masse attive" del regolatore, per spostare l'organo che regola la quantità di fluido che perviene alla macchina motrice del gruppo.

I regolatori centrifughi si distinguono in regolatori a contrappeso e regolatori a molla.

Tra i regolatori a contrappeso si ricordano il regolatore di Watt (v. fig.2.9–1,a), il regolatore di Porter (v. fig.2.9–1,b), il regolatore di Proell (v. fig.2.9–1,c): in tutti questi regolatori le "forze antagoniste", che si oppongono alla forza centrifuga C, sono costituite da forze peso, quali la forza peso Q del collare (v. fig.2.9–1) e la forza peso P delle masse attive.

Il regolatore di Watt, che può essere considerato il prototipo (ormai in disuso) dei regolatori a contrappeso, è costituito (v. fig.2.9–1,a) da due masse attive m, ciascuna disposta all'estremità di un'asta rigida r; le due aste sono incernierate alle estremità A di una piccola traversa t, solidale all'albero a del regolatore, mosso dalla macchina da regolare.

Su tale albero scorre il collare c del regolatore, collegato alle aste r mediante due biellette b.

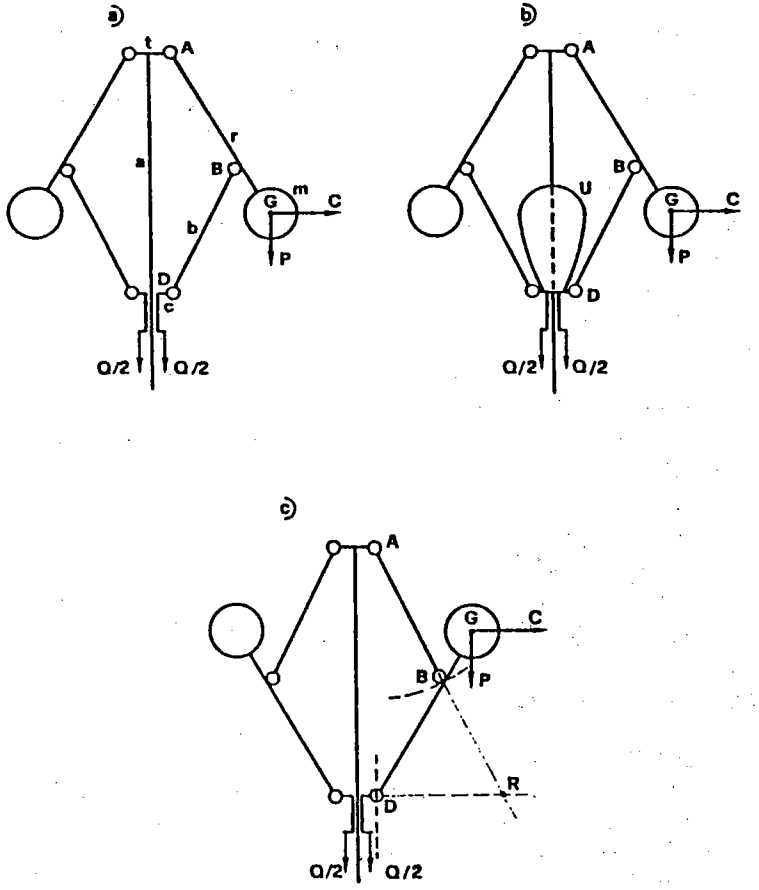


Fig.2.9–1

Durante la rotazione dell'albero a, le forze centrifughe, agenti sulle masse attive, spostano il collare verso l'alto, vincendo le forze "antagoniste", dovute al peso P delle masse attive, ed al peso Q del collare: sotto l'azione delle forze suddette, il collare assume una posizione, che è funzione della velocità angolare dell'albero a del regolatore e quindi di quella del gruppo.

Gli spostamenti del collare sono utilizzati per spostare in maniera opportuna la valvola che regola il fluido, che alimenta la macchina motrice.

Nel regolatore di Porter (v. fig.2.9–1,b) un'"urna U" è resa solidale al collare: l'urna è in pratica un recipiente, nel quale possono essere aggiunti

dei pesi di piombo: in questo modo è possibile far variare il peso Q del collare e quindi la velocità angolare di funzionamento del regolatore.

Nel regolatore di Proell (v. fig.2,9–1,c) le masse attive m sono disposte su un prolungamento delle aste DB; ciascuna di tali aste è incernierata in un punto D del collare e quindi, non avendo un fulcro fisso come nel caso dei regolatori già ricordati, ruota intorno al suo centro di istantanea rotazione R (v. fig.2.9–1,c): per ogni configurazione del regolatore, la posizione di R viene individuata dall'intersezione delle normali alle traiettorie (tratteggiate in figura) dei punti D e B rispettivamente.

I regolatori a molla sono caratterizzati dalla presenza di una forza antagonista prevalente sulle altre e costituita dalla reazione elastica di una molla.

In linea di principio ogni regolatore a contrappeso può diventare un regolatore a molla: è sufficiente a questo scopo disporre (v. fig.2.9–2,a) una molla elicoidale cilindrica di acciaio k col suo asse coincidente coll'asse dell'alberino a del regolatore.

La molla esercita sul collare una spinta T, diretta verso il basso, pari alla sua reazione elastica, data da:

$$T = T_0 + kz$$

con:

T_0 = precarico della molla

k = rigidità della molla

z = spostamento verso l'alto del collare, misurato a partire dalla posizione per la quale risulta $T = T_0$.

Per una molla assegnata, cioè per assegnati valori del diametro del tondino, del diametro di avvolgimento, del numero delle spire e della lunghezza libera della molla, resta definito il valore di k, mentre è possibile aumentare il valore di T_0 e quindi di T, spostando verso il basso il piattello d (v. fig,2.9–2,a).

La presenza della molla k consente, come sarà messo in evidenza nel par.2.14, di variare in maniera molto semplice la velocità di funzionamento media ed il grado di staticità del regolatore: sono queste le caratteristiche positive che all'inizio del secolo hanno portato all'adozione dei regolatori a molla, regolatori, che, abbandonati gli schemi dei regolatori a contrappeso, si sono sviluppati secondo schemi originali.

In fig.2.9–2,b) è riportato lo schema del regolatore a molla di Hartnell ed in fig.2.9–2,c) quello del regolatore Hartung.

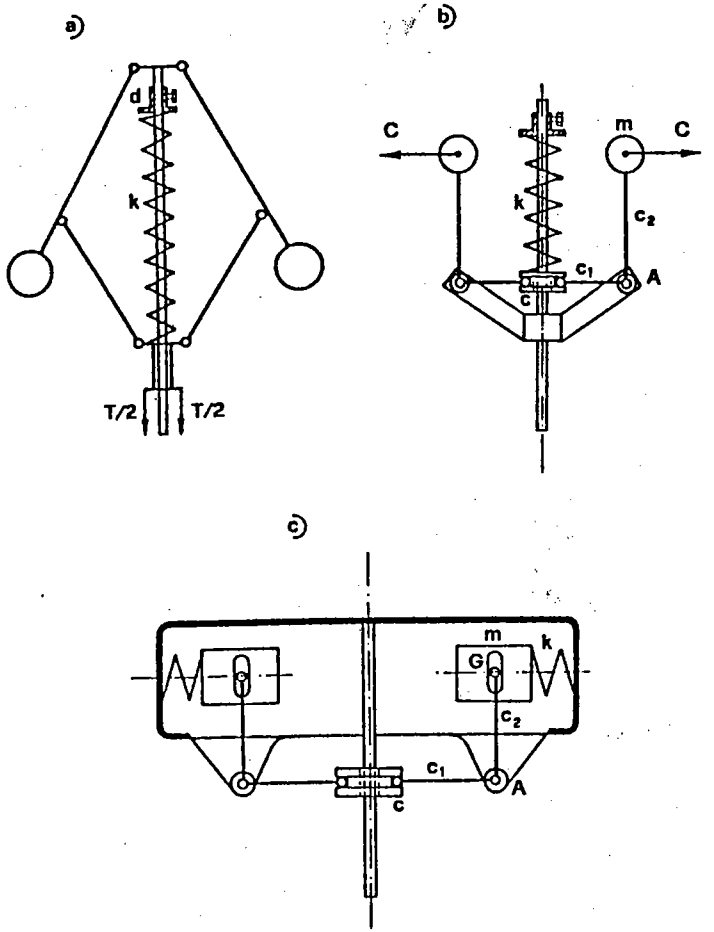


Fig.2.9–2

In entrambi i tipi di regolatori le masse attive m sono disposte ad una estremità di una leva fulcrata in A ed avente i due bracci c_1 e c_2 in genere ortogonali.

La forza centrifuga C, agente sulle masse attive, fa ruotare la leva intorno ad A e, vincendo la forza antagonista della molla k, sposta il collare del regolatore.

Nel regolatore Hartung la reazione T della molla agisce direttamente sulle masse attive: con questa disposizione diminuiscono le forze d'attrito nel fulcro A e diminuisce quindi il grado di insensibilità del regolatore (v. par.2.16).

2.10 Il funzionamento del sistema di regolazione

In fig.2.10–1,a) è schematicamente rappresentato il sistema di regolazione di velocità per un gruppo elettrogeno, costituito da una turbina a vapore T e da un alternatore A.

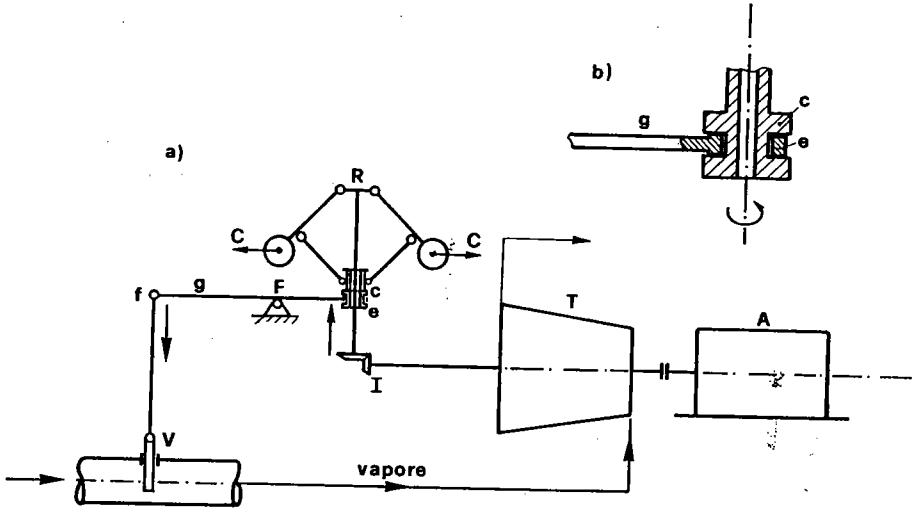


Fig.2.10–1

Il regolatore centrifugo R è mosso dalla turbina T, mediante un ingranaggio conico I; il collare c del regolatore, sotto l'azione delle forze centrifughe C, che agiscono sulle masse attive m, e delle forze antagoniste del regolatore, assume una posizione che è funzione della velocità angolare dell'alberino a del regolatore e quindi di quella del gruppo.

Ad un aumento della velocità angolare del gruppo, causato da una diminuzione di carico dell'alternatore, il collare c del regolatore si sposta verso l'alto e nello stesso verso sposta l'estremità e di un'asta rigida g, che è opportunamente collegata al collare.

Il suddetto collegamento è realizzato mediante una coppia rotoidale (vedi par.1.2): in questo modo (v. fig.2.10–1,b) si costringe l'estremità e di g a seguire gli spostamenti verticali di c e si consente il moto rotatorio relativo tra il collare c, che ruota con l'alberino a, e l'estremità e di g, che non deve partecipare a questo moto del collare.

L'asta g, fulcrata in F, sposta a sua volta la valvola V di regolazione del vapore, in modo da diminuirne la portata.

Per effetto di quest'ultimo intervento il momento motore della turbina diminuisce, adeguandosi al valore del momento resistente e il gruppo raggiunge una nuova condizione di regime ad una velocità angolare più elevata.

Se la velocità angolare del gruppo diminuisce a causa di un aumento del carico dell'alternatore, il collare c del regolatore si abbassa, determinando una maggiore apertura della valvola V ed un aumento del momento motore della turbina.

Indicate con ω_{min} ed ω_{max} le velocità angolari minima e massima dell'albero a del regolatore, corrispondenti alle velocità minima n_{min} e massima n_{max} del gruppo, la distanza tra le posizioni z_{min} e z_{max}, che il collare assume in corrispondenza di tali velocità, prende il nome di corsa s del collare del regolatore:

$$s = z_{max} - z_{min}$$

Il collare del regolatore deve essere collegato all'organo che regola il fluido motore in modo che alle posizioni z_{min} e z_{max} del collare corrispondano le posizioni dell'organo suddetto relative agli estremi, $M_{m,max}$ e $M_{m,min}$, del campo di regolazione della macchina motrice.

2.11 L'equazione caratteristica di un regolatore centrifugo

Si consideri il regolatore di Watt a due masse attive, rappresentato in fig.2.11–1, si supponga che lungo l'asse del regolatore agisca una molla k e si indichi con T la spinta, che essa esercita sul collare.

Presa in considerazione una delle due aste, che portano le masse attive (v. fig.2.11–1), e, tenuto conto che il fulcro A di tale asta è un punto fisso del regolatore, si assuma questo punto come polo dei momenti delle forze che agiscono sull'asta considerata.

Si tenga conto che la forza peso P della massa attiva e la forza centrifuga C agiscono (v. fig.2.11–1) direttamente sull'asta considerata e si indichino con p e c i bracci di queste forze rispetto al polo prescelto.

2.17 La regolazione indiretta

Per gruppi di grandi dimensioni la resistenza R, che deve vincere il collare del regolatore per spostare (v. fig.2.10–1) la valvola di regolazione del fluido motore, diviene notevole.

In questi casi per contenere entro valori accettabili il grado di insensibilità i del regolatore occorrerebbe (v. la 2.16-9) aumentare la spinta statica S e quindi il peso delle masse attive e le dimensioni del regolatore.

A questa soluzione si preferisce però quella della regolazione indiretta, nella quale un regolatore di piccole dimensioni comanda un sistema, in genere oleodinamico, il quale sposta la valvola di regolazione del fluido motore.

In fig.2.17–1 è schematicamente rappresentato un sistema di regolazione di questo tipo: un regolatore R di piccole dimensioni, all'aumentare della

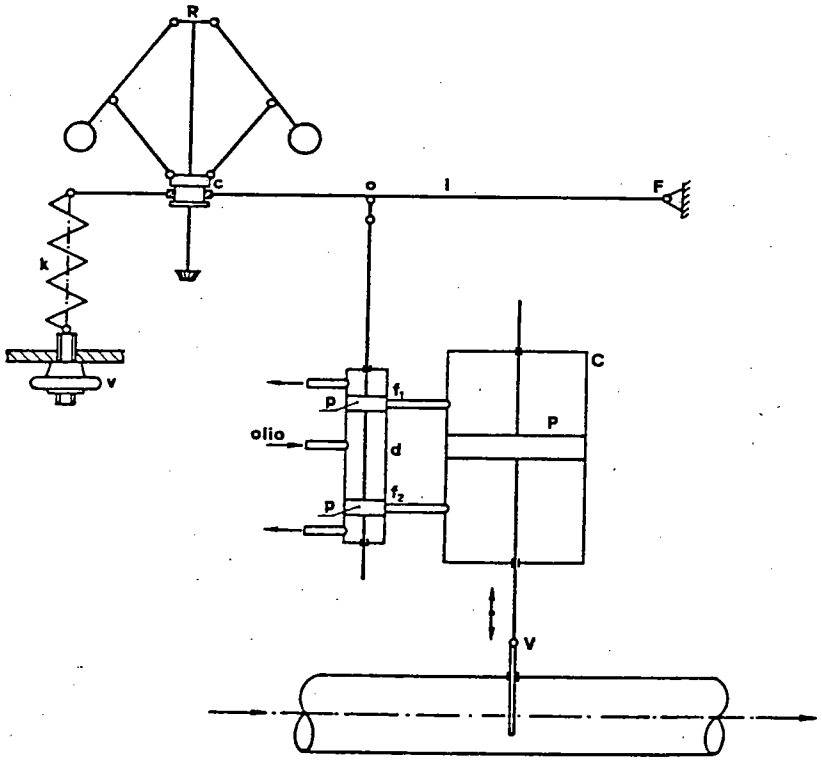


Fig.2.17–1

velocità angolare, fa ruotare, in verso destrogiro in figura, la leva l fulcrata in F; a questa rotazione corrisponde lo spostamento verso l'alto dello stelo e dei due pistoncini p del cassetto di distribuzione d.

Questo spostamento provoca l'apertura delle luci f_1 e f_2: attraverso la luce f_1 l'olio in pressione, che perviene al cassetto d, penetra nella parte superiore del cilindro C e spinge verso il basso il pistone P, che a sua volta muove verso il basso la valvola di regolazione del fluido motore; attraverso la luce f_2 l'olio contenuto nella parte inferiore del cilindro C, spostato dal movimento verso il basso del pistone, rifluisce nel serbatoio.

È da notare che la forza, con la quale il pistone P sposta la valvola V, non dipende dalle dimensioni del regolatore, ma dipende dal valore della pressione dell'olio e dal diametro del pistone P.

Ad una diminuzione della velocità angolare del gruppo corrispondono un abbassamento del collare c, una rotazione levogira della leva l, uno spostamento verso il basso dello stelo e dei pistoncini p del cassetto di distribuzione, l'apertura della luce f_2, l'ingresso dell'olio in pressione nella parte inferiore del cilindro C ed infine l'apertura della valvola V.

Un sistema di regolazione indiretta, realizzato secondo lo schema descritto non ha però funzionamento stabile; a questo riguardo si osservi che il sistema di fig.2.17–1 ha un'unica configurazione di equilibrio, che è quella rappresentata in figura; infatti solo in questa configurazione, il cassetto di distribuzione d risulta chiuso ed il pistone P in equilibrio: il sistema di regolazione è isocrono e quindi instabile. Per questo motivo il sistema di regolazione descritto prende il nome di astatico.

Il sistema di regolazione diventa statico, cioè stabile, se la leva l viene fulcrata, anzicché nel punto fisso F, all'estremità A dello stelo del pistone P (v. fig.2.17–2) ; in questo modo la posizione dei pistoncini p del cassetto d dipende non solo dalla posizione del collare del regolatore, ma anche dalla posizione del pistone P: in questo modo il sistema è in equilibrio per tutte le posizioni che vedono il punto O fisso nella posizione di figura (luci f_1 ed f_2 chiuse) e l' asta l ruotata intorno ad O.

Così, ad es., se la velocità del gruppo aumenta, il collare del regolatore si sposta verso l'alto, l'asta l si porta nella posizione $C'A$, la luce f_1 si apre, il pistone P si abbassa ed il punto O torna nella posizione di equilibrio, mentre l'asta si porta nella posizione $C''A'$ relativa ad una velocità più elevata del gruppo.

Se il sistema descritto viene ulteriormente modificato è possibile ottenere una regolazione isocrona, che assicura la costanza della velocità angolare del gruppo, senza presentare gli inconvenienti della regolazione astatica.

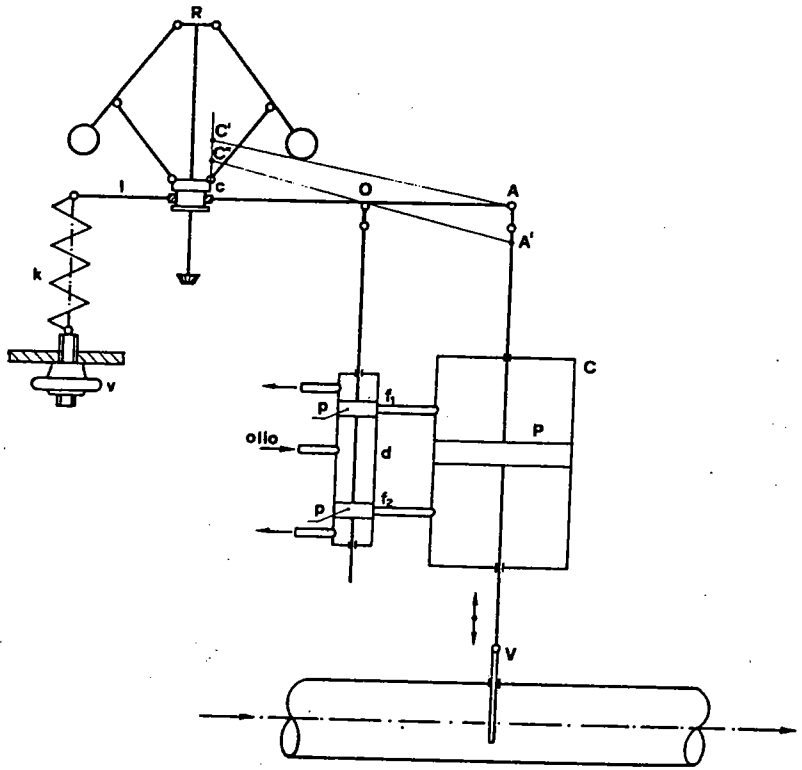


Fig.2.17–2

La modifica consiste (v. fig.2.17–3) nel vincolare all'estremo libero di una molla k il punto A dell'asta l e di interporre nello stelo del pistone P uno smorzatore regolabile S.

All'aumentare della velocità angolare, il collare del regolatore si sposta verso l'alto, si aprono le luci f_1 ed f_2 del cassetto d, il pistone P si abbassa e con esso si abbassa anche l'estremo della leva l: in un primo tempo il sistema si comporta quindi come il sistema statico di fig.2.17–2.

In un secondo momento però sotto l'azione della molla k, l'estremo A dell'asta l tende a spostarsi verso l'alto e quindi verso la posizione iniziale ed il sistema tende a comportarsi come il sistema isocrono di fig.2.17–1, senza però presentare l'instabilità di quest'ultimo sistema.

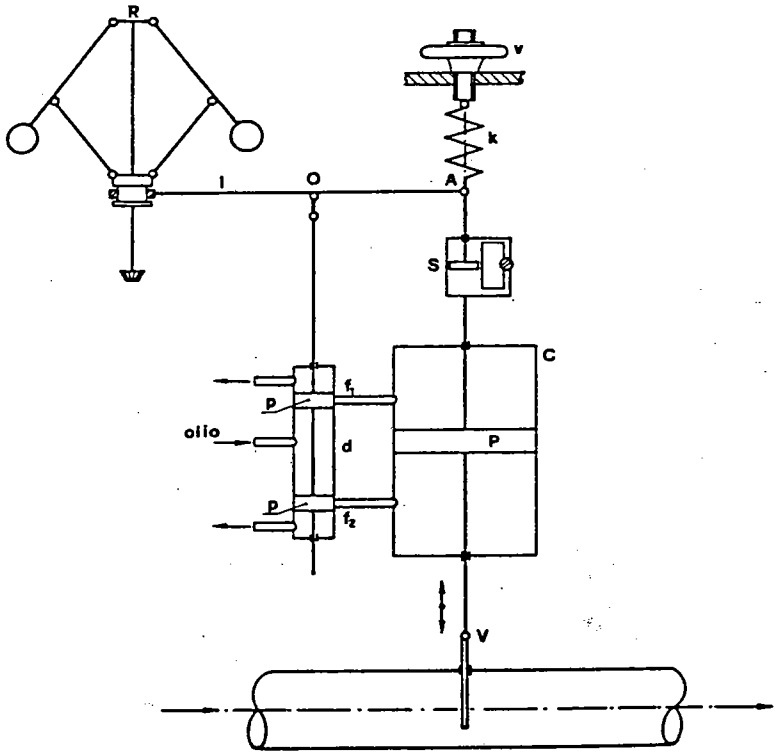


Fig.2.17–3