CAPITOLO 10

TRASMISSIONE CON RUOTE DENTATE

10.1 Caratteristiche principali della trasmissione

Come è stato già detto nel Cap.9, la trasmissione con ruote dentate presenta due caratteristiche fondamentali: la possibilità di trasmettere potenze molto elevate e l'assenza di scorrimento tra le ruote del meccanismo.

Pertanto quando la trasmissione del moto deve avvenire con l'una o l'altra o con entrambe le caratteristiche sopra ricordate non si può che ricorrere alle ruote dentate.

Con queste ruote infatti la trasmissione della potenza avviene per effetto della spinta che i denti della ruota motrice esercitano sui denti della ruota mossa, ed il rapporto di trasmissione è univocamente determinato dal numero di denti delle ruote.

Si considerino, ad es., due ruote cilindriche 1 e 2 (v.fig.10.1-1) a denti diritti, ingrananti tra di loro e ruotanti intorno ad assi paralleli, di traccia O_1 ed O_2, con velocità angolari ω_1 ed ω_2 rispettivamente; sia la ruota 1 la motrice e la 2 la ruota mossa.

Durante la trasmissione del moto il dente I della ruota motrice esercita sul dente II della ruota mossa una forza N diretta secondo la normale comune alle superfici a contatto dei due denti: il dente II reagisce con una forza uguale e contraria alla N.

Se non si tiene conto dell'attrito presente tra le superfici a contatto, la forza N rappresenta la reazione mutua tra i due denti considerati.

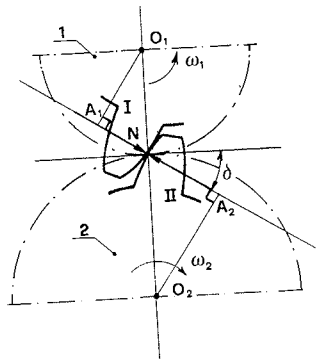


Fig. 10.1-1

Alla forza N, esercitata dal dente I, corrisponde un momento rispetto ad O_1, il cui modulo M_1 vale:

$$M_1 = N \cdot \overline{A_1 O_1} \tag{10.1-1}$$

mentre alla forza N, con la quale il dente II reagisce su I, corrisponde un momento rispetto ad O_2, il cui modulo è dato da:

$$M_2 = N \cdot \overline{A_2 O_2} \tag{10.1-2}$$

È da notare che i valori di M_1 ed M_2 dipendono oltre che dal valore di N, dai valori di O_1A_1 ed O_2A_2 e quindi dai raggi delle ruote e dall'angolo δ (v.fig.10.1-1); tale angolo dipende dal tipo delle superfici che delimitano i fianchi dei denti.

Se si trascurano tutte le altre forze d'attrito presenti nella trasmissione e si suppone che i due denti considerati costituiscano la sola coppia di denti a contatto, il momento M_1 rappresenta il momento motore ed M_2 il momento resistente, agenti sulla trasmissione stessa; la potenza P trasmessa vale quindi:

$$P = M_1\omega_1 = M_2\omega_2 \tag{10.1-3}$$

Da quanto detto si deduce che per assegnati valori delle velocità angolari ω_1 ed ω_2 e per un determinato tipo di superfici che delimitano i fianchi dei denti, la potenza P, che può essere trasmessa dal meccanismo, dipende dai valori dei raggi delle ruote e dal valore di N e risulta crescente con i suddetti valori.

Poiché per le ipotesi fatte la N è la forza che sollecita i denti, si può concludere che è possibile dimensionare i raggi delle ruote ed i denti in maniera da trasmettere potenze comunque elevate.

Per quanto riguarda la corrispondenza delle posizioni angolari delle ruote, essa non può che essere univoca, essendo determinata dall'ingranamento successivo dei denti delle due ruote che, a meno di piccoli giochi, avviene senza che si verifichi scorrimento relativo tra le due ruote stesse.

Indicando con z_1 e z_2 i denti della ruota motrice e della ruota mossa, denti che supporremo uniformemente disposti sulla periferia delle due ruote, il rapporto di trasmissione ε (v. Norme UNI 4760, parte I), definito come il rapporto tra la velocità angolare ω_1 della ruota motrice e quella ω_2 della ruota condotta (o mossa), risulta dato da:

$$\varepsilon = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} \tag{10.1-4}$$

A questo riguardo si osservi infatti che, supponendo di far ruotare la ruota 1 di un angolo θ_1 pari a 2π, attraverso il piano di riferimento di traccia O_1O_2 (v.fig.10.1-1) saranno passati z_1 denti della ruota 1 ed altrettanti denti della ruota 2, che risulterà quindi ruotata di un angolo θ_2, dato da:

$$\theta_2 = 2\pi z_1 / z_2 \tag{10.1-5}$$

Pertanto risulta:

$$\varepsilon = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{z_2}{z_1} \tag{10.1-6}$$

La relazione (10.1-4), che, come si è visto, è facilmente giustificabile nel caso di ruote cilindriche ad assi paralleli, è valida per tutti i tipi di ruote dentate.

Va infine osservato che la (10.1-4) definisce un rapporto di trasmissione medio; perché tale rapporto risulti effettivamente costante durante la trasmissione del moto è necessario, come si vedrà nel seguito, che i profili dei denti siano coniugati.

10.2 Nozioni generali

Una coppia di ruote dentate ingranti è denominata ingranaggio; delle due ruote quella che ha il numero di denti maggiore è chiamata semplicemente "ruota", mentre l'altra è denominata "rocchetto".

È definito "rapporto d'ingranaggio" il rapporto tra il numero di denti della ruota e quello del rocchetto; pertanto tale rapporto è sempre maggiore di 1.

Un ingranaggio è denominato "riduttore", se la velocità della ruota condotta è minore di quella della ruota motrice: in un ingranaggio riduttore il rapporto di trasmissione ε è quindi maggiore di 1.

Un ingranaggio è denominato "moltiplicatore", se la velocità della ruota condotta è maggiore di quella della ruota motrice: in un ingranaggio moltiplicatore il rapporto di trasmissione è minore di 1.

Una combinazione di ingranaggi, costituenti una catena cinematica, è denominata "rotismo o treno di ingranaggi".

In un rotismo il rapporto di trasmissione ε è definito come il rapporto tra la velocità angolare della prima ruota motrice e quella dell'ultima mossa.

Assegnato un ingranaggio, possiamo sempre pensare associata ad esso la coppia di superfici assoidi (v.cap.9), alla quale corrisponde la stessa legge di trasmissione del moto; queste superfici assoidi vengono denominate "superfici primitive di funzionamento".

Per una ruota dentata, presa isolatamente, si considera come primitiva quella superficie rispetto alla quale vengono convenzionalmente definite le dimensioni della dentatura; essa viene denominata "superficie primitiva di riferimento".

In generale, come conseguenza di inevitabili errori di lavorazione, in un ingranaggio le "superfici primitive di funzionamento" non coincidono perfettamente con quelle di riferimento delle singole ruote.

Di solito i denti delle ruote sono in parte sporgenti ed in parte rientranti dalle superfici primitive; in questo modo essi si discostano il meno possibile dalle superfici stesse e risulta quindi limitato lo strisciamento tra i denti.

La superficie, coassiale con la ruota, che contiene la sommità dei denti è denominata "superficie di testa" (v.fig.10.2-1,a), mentre quella tangente al fondo dei denti (v.fig.10.2-1,b) è denominata "superficie di piede".

La porzione della superficie di un dente compresa tra la superficie di testa e quella di piede è chiamata "fianco" (v.fig.10.2-2,a), l'intersezione di un fianco con la superficie primitiva di riferimento è denominata "linea del fianco" (v.fig.10.2-2,b).

Una ruota avente superficie primitiva di riferimento cilindrica, è denominata cilindrica; una ruota cilindrica può essere a denti diritti o a denti elicoidali. Nel primo caso le linee dei fianchi sono rettilinee, nel secondo caso elicoidali (v.fig.10.2-3).

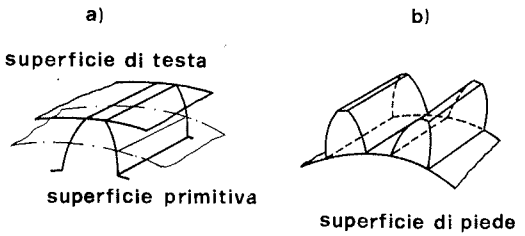


Fig. 10.2-1

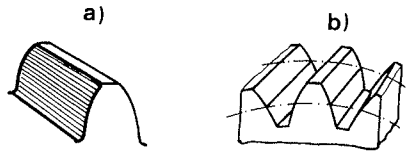


Fig. 10.2-2

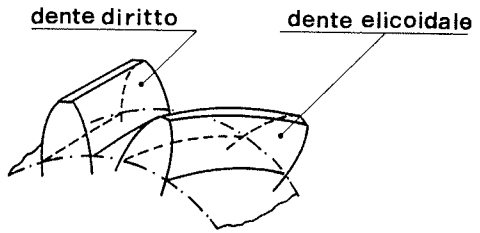


Fig. 10.2-3

Una coppia di ruote cilindriche a denti diritti consente la trasmissione del moto tra assi paralleli, mentre una coppia di ruote cilindriche a denti elicoidali consente la trasmissione del moto sia tra assi paralleli che tra assi sghembi (v.fig.10.2-4).

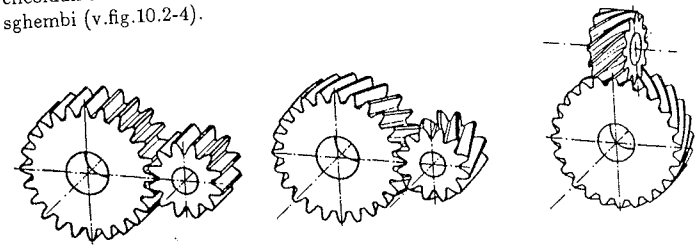


Fig. 10.2-4

È da notare che una ruota cilindrica a denti elicoidali viene ottenuta con lo stesso metodo di lavorazione, facendo riferimento ad una superficie primitiva cilindrica, sia che essa sia destinata a costituire con un'altra ruota una coppia per assi paralleli, sia che essa sia destinata a costituire con un'altra ruota una coppia per assi sghembi.

Il funzionamento dei due tipi di ingranaggi è però sostanzialmente diverso: in una coppia di ruote cilindriche a denti elicoidali ad assi paralleli il contatto teorico tra i denti delle due ruote avviene lungo una linea (v.par.10.7), mentre in una coppia di ruote cilindriche a denti elicoidali ad assi sghembi, il contatto teorico è limitato ad un punto.

A questo proposito va tenuto presente che nel caso di trasmissione tra assi sghembi, le superfici primitive dovrebbero essere degli iperboloidi di rivoluzione: è stato già messo in evidenza nel par.9.2 che se a delimitare le ruote si prendono due tronchi di iperboloidi nell'intorno dei diametri di gola (v.fig.9.2-5), le ruote hanno l'aspetto di ruote cilindriche: in realtà se le due ruote sono effettivamente cilindriche, esse si toccano in solo punto e non lungo un segmento dell'asse di istantanea rotazione.

Per i motivi suddetti le ruote cilindriche a denti elicoidali ad assi sghembi vengono impiegate per trasmettere potenze relativamente piccole.

Una ruota, avente come superficie primitiva di riferimento una superficie conica è denominata "ruota conica" ; essa può essere a denti diritti o a denti obliqui. Nel primo caso le linee dei fianchi sono rette passanti per il vertice del cono primitivo, nel secondo caso le linee dei fianchi sono rette non passanti per il vertice.

Una coppia di ruote coniche costituisce un ingranaggio conico; essa è impiegata per trasmettere il moto tra assi concorrenti (v.fig.10.2-5).

Una coppia di ruote di forma conica, o approssimativamente conica, che consente la trasmissione del moto tra assi sghembi (v.fig.10.2-6), è denominata ingranaggio ipoide ed ogni ruota che la costituisce è denominata ruota ipoide. Nelle ruote ipoidi le superfici primitive sono degli iperboloidi iperbolici.

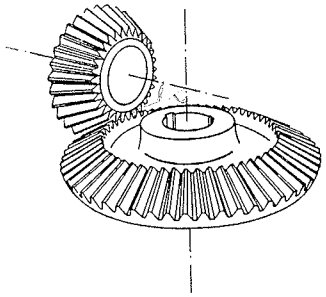


Fig.10.2-5

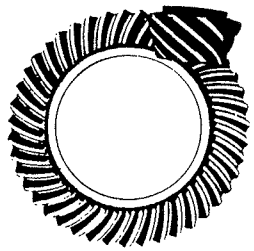


Fig.10.2-6

Per la trasmissione del moto tra assi sghembi, oltre le ruote cilindriche a denti elicoidali e quelle ipoidi, viene utilizzato l'ingranaggio a vite (v.fig.10.2-7), costituito da una vite e dalla ruota a vite ad essa coniugata.

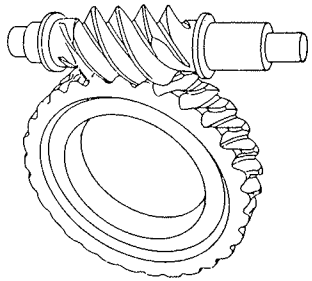


Fig. 10.2-7

10.3 Ingranaggi cilindrici

Un ingranaggio cilindrico è costituito da una coppia di ruote cilindriche, aventi gli assi paralleli; pertanto le superfici primitive di funzionamento sono cilindriche a sezione circolare.

Le due ruote possono essere a denti diritti oppure a denti elicoidali; il loro moto relativo è piano ed il piano del moto è normale agli assi delle ruote.

Lo studio cinematico può essere quindi ricondotto a quello dei profili dei denti delle ruote in un piano normale agli assi di rotazione.

Nel richiamare le definizioni relative alle ruote cilindriche ometteremo di precisare se ci si riferisce ad ingranaggi o a ruote prese isolatamente.

Considerata la sezione di una ruota con un piano normale al suo asse (v.fig.10.3-1) si definisce:

$c =$ circonferenza primitiva = sezione della superficie cilindrica primitiva con un piano perpendicolare all'asse della ruota,

$D = 2r =$ diametro primitivo = diametro della circonferenza primitiva,

$r =$ raggio primitivo = raggio della circonferenza primitiva

$c_t =$ circonferenza di testa = sezione della superficie cilindrica di testa con un piano perpendicolare all'asse della ruota,

$c_p =$ circonferenza di piede = sezione della superficie cilindrica di piede con un piano perpendicolare all'asse della ruota,

$h =$ altezza del dente = distanza radiale tra la circonferenza di testa e quella di piede,

$a =$ addendum = distanza radiale tra la circonferenza di testa e quella primitiva,

$d =$ dedendum = distanza radiale tra la circonferenza primitiva e quella di piede,

$p = \pi D/z =$ passo = lunghezza dell'arco di primitiva compreso tra due profili omologhi consecutivi,

$\tau = 2\pi/z$ rad = passo angolare = rapporto tra l'angolo giro ed il numero di denti,

$m = p/\pi = D/z =$ modulo = rapporto tra il passo, espresso in millimetri, e π oppure tra il diametro primitivo, espresso in millimetri, ed il numero di denti,

$s =$ spessore del dente = lunghezza dell'arco della circonferenza primitiva compreso tra i due profili di un dente,

$v =$ vano = lunghezza dell'arco della circonferenza primitiva compreso tra i due profili situati da una parte e dall'altra del vano tra i denti.

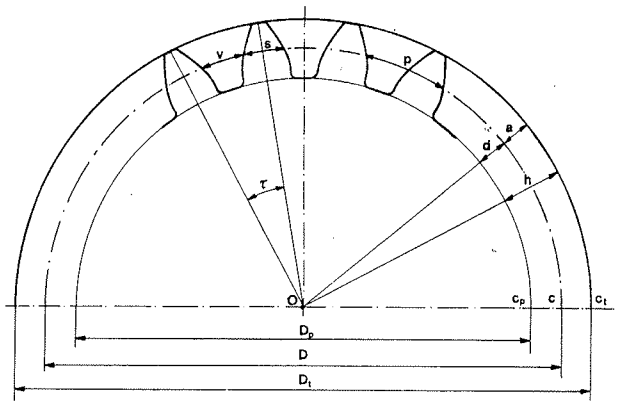


Fig. 10.3-1

Se si considera un ingranaggio, detti p_1 e p_2 i passi delle due ruote ed indicati con m_1 ed m_2 i moduli corrispondenti, deve risultare:

$$p_1 = p_2 = p \quad ; \quad m_1 = m_2 = m \tag{10.3-1}$$

Queste relazioni si giustificano tenendo presente che le primitive delle due ruote rotolano l'una sull'altra senza strisciare.

Da questa stessa considerazione si deduce che la velocità periferica v_p delle due primitive deve essere la stessa:

$$v_p = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 \tag{10.3-2}$$

avendo indicato con r_1 ed r_2 i raggi primitivi delle due ruote.

Da questa relazione si ricava:

$$\varepsilon = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} \tag{10.3-3}$$

Se i denti delle due ruote si proporzionano in base al modulo m, si assume:

$$a = m \qquad d = \frac{7}{6}\, m \tag{10.3-4}$$

L'altezza radiale h del dente risulta così:

$$h = a + d = \frac{13}{6}\, m \qquad (10.3\text{-}5)$$

Il proporzionamento definito da queste relazioni viene detto modulare o normale.

Si osservi ancora che, essendo uguali i passi delle due ruote, deve risultare:

$$s_1 + v_1 = s_2 + v_2 \qquad (10.3\text{-}6)$$

Per consentire il montaggio delle due ruote dell'ingranaggio, le dentature delle due ruote debbono avere un gioco opportuno: si definisce "gioco circonferenziale o primitivo g" la differenza tra il vano tra i denti di una ruota e lo spessore dei denti dell'altra ruota:

$$g = v_1 - s_2 = v_2 - s_1 \qquad (10.3\text{-}7)$$

La presenza di questo gioco circonferenziale consente tra l'altro il montaggio dell'ingranaggio anche se l'interasse risulta, a causa delle tolleranze di lavorazione, più piccolo del valore nominale.

Nel proporzionamento modulare, supponendo $g = 0$, risulta:

$$s = v = p/2 \qquad (10.3\text{-}8)$$

10.4 Studio cinematico delle ruote cilindriche

Lo studio cinematico viene effettuato considerando i profili dei denti delle ruote nel piano del moto; per quanto è stato già detto, questi profili si ottengono come intersezione delle superfici dei fianchi dei denti con un piano perpendicolare agli assi di rotazione.

Lo scopo principale che si persegue nella definizione e nella costruzione dei profili dei denti è quello di ottenere che la trasmissione del moto avvenga senza urti tra i denti o rischi di compenetrazione degli stessi; in queste condizioni il rapporto di trasmissione si mantiene costante al variare del punto di contatto dei profili stessi.

Il valore costante del rapporto di trasmissione, che si realizza con una coppia di ruote dentate cilindriche ad assi paralleli, è quello definito dal moto di rotolamento delle circonferenze primitive delle due ruote.

a) Profili coniugati

Perché una coppia di ruote dentate sia in grado di trasmettere il moto con rapporto di trasmissione costante, i profili dei denti delle due ruote debbono essere coniugati; considerato che il rapporto di trasmissione è quello che si realizza col rotolamento delle circonferenze primitive delle due ruote, i profili dei denti debbono essere coniugati nel moto suddetto delle due primitive.

Ricordando che due profili sono coniugati se la normale comune nel punto di contatto passa per il centro di istantanea rotazione, si deduce che la normale comune ai due profili deve passare per il punto di tangenza delle due primitive.

Dette c_1 e c_2 le primitive delle due ruote ed O_1 ed O_2 i relativi centri (v.fig.10.4-1), sia C il punto di tangenza delle due primitive; si supponga inoltre che la ruota di centro O_1 sia motrice ed antiorario il suo verso di rotazione.

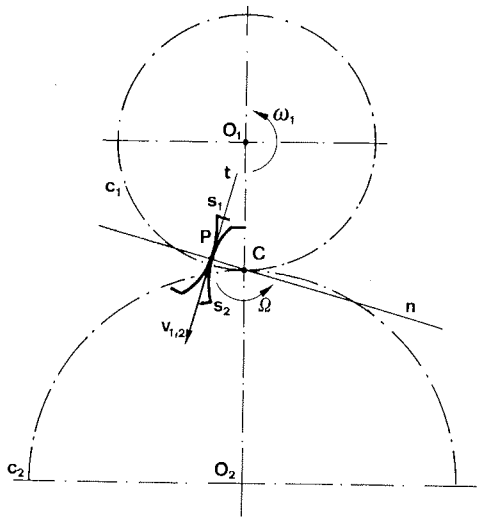


Fig. 10.4-1

Siano s_1 ed s_2 i profili di due denti e P il loro punto di contatto; sia t la tangente comune ed n la normale comune ai due profili: è da osservare che se due curve si toccano in un punto, hanno in quel punto la stessa tangente e quindi la stessa normale.

Perché i due profili siano coniugati, la normale comune n deve passare per C.

È da considerare che se la normale comune n passa per C, la velocità $\bar{v}_{1,2}$ di P nel moto relativo della ruota 1 rispetto alla ruota 2 è data da:

$$\bar{v}_{1,2} = (C - P) \wedge \bar{\Omega} \qquad (10.4\text{-}1)$$

Essendo $(C - P)$ diretto secondo n ed $\bar{\Omega} = (\bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_2)$ normale al piano del moto e, per l'ipotesi fatta circa il verso di rotazione della ruota 1, uscente dal piano di figura, la $\bar{v}_{1,2}$ è diretta secondo la tangente comune t e quindi, quando il contatto si verifica in P, i due profili non tendono nè a distaccarsi nè a compenetrarsi: questo assicura che il moto si trasmette con continuità col rapporto di trasmissione voluto.

Si osservi che la $\bar{v}_{1,2}$, velocità relativa di s_1 rispetto ad s_2, rappresenta la velocità con la quale s_1 striscia su s_2: il modulo di $\bar{v}_{1,2}$ vale:

$$v_{1,2} = \overline{CP}\,(\omega_1 + \omega_2) \qquad (10.4\text{-}2)$$

ed il verso, segnato in figura, è quello che si deduce dalla (10.4-1).

È opportuno osservare che se la normale comune n ai profili non passa per il centro di istantanea rotazione C (v.fig.10.4-2), la velocità $\bar{v}_{1,2}$, diretta secondo la normale alla congiungente C con P, ha una componente v_n nella direzione n, diversa da zero: a seconda del verso della v_n i profili tenderanno a compenetrarsi (v.fig.10.4-2,a) ovvero a distaccarsi (v.fig.10.4-2,b).

Se per tutti i punti di successivo contatto di s_1 con s_2, la normale comune ai profili passa per C, i due profili risultano coniugati nel moto di rotolamento delle due primitive ed il moto si trasmette da una ruota all'altra con continuità e con un rapporto di trasmissione ε costante: il valore di ε è dato da:

$$\varepsilon = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \qquad (10.4\text{-}3)$$

avendo indicato con r_1 ed r_2 i raggi delle primitive c_1 e c_2.

Da quanto precede risulta che, durante la rotazione delle ruote, il moto relativo dei profili coniugati dei denti non è in genere un moto di puro rotolamento, ma è un moto di rotolamento con velocità angolare Ω e di scorrimento con velocità $\bar{v}_{1,2}$.

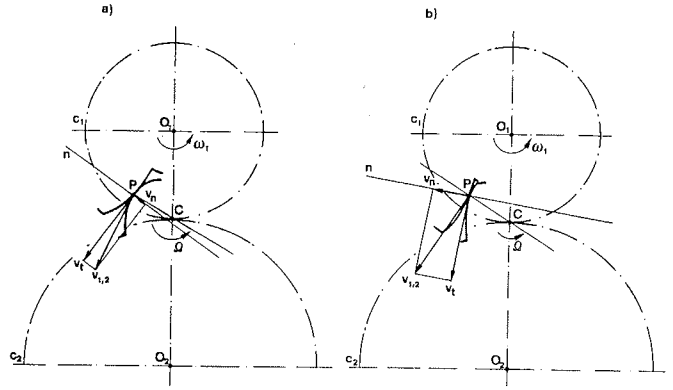


Fig. 10.4-2

Il moto relativo risulta di puro rotolamento solo quando il punto di contatto P coincide con C.

Per limitare lo scorrimento, che produce una perdita di potenza per attrito, i denti sono disposti, come è stato già detto, a cavallo delle primitive.

b) Linea d'azione, linea ed arco di condotta

La normale comune n a due profili coniugati, a contatto in un punto P, viene denominata "linea d'azione" o "retta di spinta" (v.fig.10.4-3).

Per ruote cilindriche a denti diritti tale retta rappresenta la direzione secondo la quale si trasmette la reazione normale tra i denti; essa è costante, come vedremo, nel caso di denti con profilo ad evolvente.

Se adesso analizziamo come procede il contatto tra due denti (v.fig.10.4-4), si riconosce che il primo punto di contatto (P_1 in fig.10.4-4,a) appartiene al piede della ruota motrice 1 ed alla testa della ruota mossa 2.

Col procedere del moto delle due ruote, il punto di contatto si sposta lungo il fianco dei due denti, avvicinandosi alle rispettive primitive, fino a coincidere con C (v.fig.10.4-4,b).

Oltre questo punto il contatto si sposta sulla testa del dente che appartiene alla ruota motrice e sul piede del dente della ruota mossa; l'ultimo punto di contatto è il punto P_2, che è situato (v.fig.10.4-4,c) all'estremità della testa del dente della motrice ed al quale corrisponde il punto di contatto più interno del piede del dente della ruota mossa.

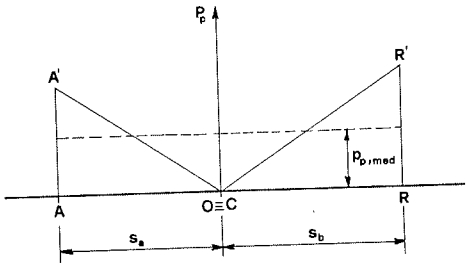


Fig. 10.10-5

In fig.10.10-5 è riportato l'andamento della P_p in funzione di s: in figura si sono indicati con s_a ed s_b i valori dell'arco di accesso e di recesso.

Nelle ipotesi fatte, indicando con P_m la potenza motrice, il rendimento dell'ingranaggio risulta dato da:

$$\eta = 1 - \frac{P_p}{P_m} = 1 - \frac{fF(\omega_1 \pm \omega_2)s}{P_m} \qquad (10.10\text{-}17)$$

e risulta variabile con s.

Per ricavare il valore medio di η occorre ricavare il valore medio di P_p; questo valore è evidentemente dato da:

$$P_{p,\mathrm{med}} = fF(\omega_1 \pm \omega_2)\frac{s_a^2 + s_b^2}{2(s_a + s_b)} \qquad (10.10\text{-}18)$$

Essendo d'altra parte:

$$P_m = F\omega_1 r_1$$

si può scrivere:

$$\eta_m = 1 - f\left(\frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{r_2}\right)\frac{s_a^2 + s_b^2}{2(s_a + s_b)}$$

Tenendo d'altra parte presente che:

$$z_1 = \frac{2\pi r_1}{p} \quad ; \quad z_2 = \frac{2\pi r_2}{p}$$

e che per l'ipotesi che sia in presa una sola coppia di denti risulta:

$$s_a + s_b = p$$

si ottiene:

$$\eta_m = 1 - f\frac{2\pi}{2p^2}\left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2}\right)(s_a^2 + s_b^2)$$

Posto:

$\varepsilon_a = s_a/p$

$\varepsilon_b = s_b/p$

si ottiene infine:

$$\eta_m = 1 - \pi f\left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2}\right)(\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2) \qquad (10.10\text{-}19)$$

Da questa relazione si deduce che il rendimento medio di un ingranaggio con una ruota a dentatura interna è più grande, a parità di tutte le altre condizioni, di quello di un ingranaggio le cui ruote siano entrambe a dentatura esterna.

Il rendimento è tanto più grande quanto più piccolo è f e quanto più grande è il numero dei denti delle due ruote; il rendimento diminuisce al crescere dei rapporti tra gli archi di accesso e di recesso ed il passo.

Osservando che nelle ruote a denti elicoidali il rapporto tra l'arco d'azione ed il passo può essere minore di 1, si deduce che i singoli rapporti ε_a ed ε_b possono farsi relativamente piccoli a vantaggio del rendimento.

Si tenga infine presente che, a causa delle approssimazioni fatte nel dedurre la (10.10-19) e della impossibilità, più volte richiamata, di conoscere il valore del coefficiente d'attrito f, essa ha carattere indicativo e che quindi non può essere utilizzata per il calcolo del valore effettivo del rendimento; la determinazione del rendimento anche nel caso di un ingranaggio non può farsi che per via sperimentale.

10.11 Rotismi

Come è stato già detto nel paragrafo 10.1, si definisce rotismo o treno di ingranaggi una combinazione di ingranaggi formanti una catena cinematica; si definisce rapporto di trasmissione del rotismo il rapporto tra la velocità angolare della prima ruota motrice e quella dell'ultima ruota condotta.

I rotismi, nei quali gli assi delle ruote sono tutti paralleli tra loro, sono denominati piani; se gli assi sono incidenti, sono denominati sferici.

Se gli assi di due ruote ingrananti di un rotismo sono paralleli può attribuirsi un segno al rapporto di trasmissione: positivo se le rotazioni sono concordi, negativo se le rotazioni sono discordi. Analogamente, per un rotismo avente gli assi di ingresso e di uscita paralleli, il rapporto di trasmissione del rotismo è positivo se le velocità angolari di ingresso e di uscita sono concordi, negativo se sono discordi.

Il rotismo è detto ordinario quando gli assi di tutte le ruote sono fissi l'uno rispetto all'altro, mentre è detto epicicloidale se gli assi delle ruote intermedie sono dotati di moto di rotazione intorno agli assi delle ruote estreme del rotismo.

Nella rappresentazione dei diversi rotismi utilizzeremo le schematizzazioni riportate nella fig.10.11-1; indicheremo cioè le ruote mediante le corrispondenti superfici primitive.

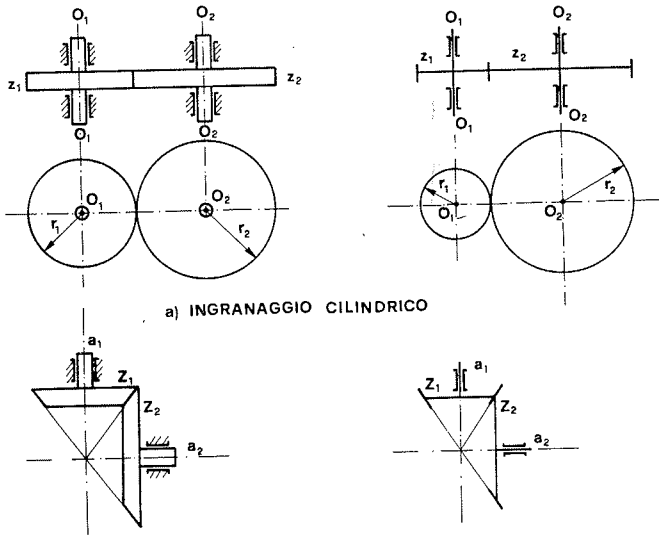


Fig. 10.11-1

10.12 Rotismi ordinari

I rotismi ordinari vengono distinti in: semplici e composti.

I primi sono caratterizzati dal fatto che su ogni albero vi è una sola ruota e quindi ogni ruota intermedia ingrana contemporaneamente con una antecedente e con una seguente; nei secondi, invece, gli alberi intermedi portano due ruote, ciascuna delle quali ingrana soltanto con un'altra.

Nei rotismi semplici il valore del rapporto di trasmissione dipende soltanto dalle ruote estreme, mentre nei rotismi composti esso dipende da tutte le ruote del rotismo.

a) Rotismi semplici

Nella fig.10.12-1 sono riportati due esempi di rotismi semplici piani.

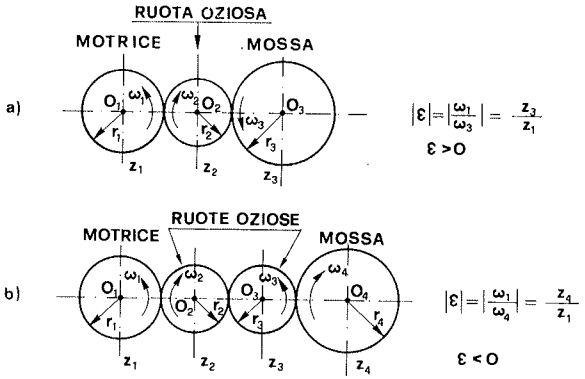


Fig. 10.12-1

Dagli schemi risulta evidente che le velocità periferiche v_p delle ruote di uno stesso rotismo sono uguali; quindi, se vi sono n ruote, si può scrivere:

$$v_p = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2 = \ldots\ldots\ldots = \omega_n r_n \qquad (10.12\text{-}1)$$

e quindi:

$$|\varepsilon| = \left|\frac{\omega_1}{\omega_n}\right| = \frac{r_n}{r_1} = \frac{z_n}{z_1} \qquad (10.12\text{-}2)$$

La (10.12-2) mette in evidenza che il rapporto di trasmissione ε del rotismo dipende soltanto dalle ruote estreme; le ruote intermedie sono per questo motivo dette "oziose".

La presenza delle ruote oziose deriva dall'esigenza di realizzare un determinato segno del rapporto di trasmissione del rotismo oppure da quella di realizzare ruote con diametri ridotti, quando l'interasse tra ingresso ed uscita è relativamente grande.

Un esempio del primo tipo di esigenza è rappresentato in fig.10.12-1,a), mentre un esempio del secondo tipo è riportato in fig.10.12-1,b).

Infatti, se nel caso rappresentato in fig.10.12-1,a) si usasse un rotismo costituito da due sole ruote ad imbocco esterno, i versi di rotazione della mossa e della motrice sarebbero opposti ($\varepsilon < 0$); la presenza di una ruota intermedia, che, come si è detto, non altera il rapporto di trasmissione del rotismo, consente di ottenere versi di rotazione concordi ($\varepsilon > 0$) della ruota mossa e di quella motrice.

Nel caso di fig.10.12-1,b) si osserva che risulta $\varepsilon < 0$, e quindi il segno del rapporto di trasmissione è lo stesso di quello corrispondente al rotismo costituito da due sole ruote (ad imbocco esterno).

Pertanto in questo caso la presenza di due ruote oziose è utile per avere ruote di diametro non eccessivamente grande, a parità di interasse O_1O_2.

b) Rotismi composti

Uno schema di rotismo composto è riportato nella fig.10.12-2: gli assi intermedi c e d portano ciascuno due ruote solidali tra loro.

Il rapporto di trasmissione del rotismo, per definizione, è dato da:

$$\varepsilon = \omega_1/\omega_6$$

Se consideriamo le singole coppie di ruote 1–2, 3–4, 5–6 possiamo definire i rapporti di trasmissione parziali:

$$\varepsilon_1 = \omega_1/\omega_2 = r_2/r_1 = z_2/z_1;$$
$$\varepsilon_2 = \omega_3/\omega_4 = r_4/r_3 = z_4/z_3;$$
$$\varepsilon_3 = \omega_5/\omega_6 = r_6/r_5 = z_6/z_5;$$

Tenendo conto che $\omega_2 = \omega_3$ e $\omega_4 = \omega_5$, si ha:

$$|\varepsilon| = |\omega_1/\omega_6| = |\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3| = \frac{r_2 r_4 r_6}{r_1 r_3 r_5} = \frac{z_2 z_4 z_6}{z_1 z_3 z_5}$$

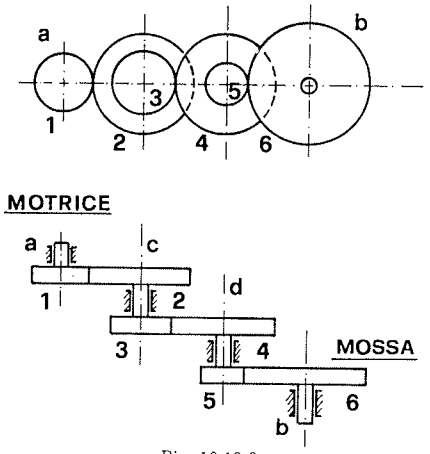


Fig. 10.12-2

In generale, se si hanno m coppie di ruote e quindi $n = 2m$ ruote, si può scrivere:

$$|\varepsilon| = |\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \ \ldots \ \varepsilon_m| = \frac{r_2 r_4 \ \ldots \ r_n}{r_1 r_3 \ \ldots \ r_{n-1}} = \frac{z_2 z_4 \ \ldots \ z_n}{z_1 z_3 \ \ldots \ z_{n-1}} \qquad (10.12\text{-}3)$$

La (10.12-3) indica che il rapporto di trasmissione di un rotismo composto è uguale al prodotto dei rapporti di trasmissione delle singole coppie che lo compongono ed il suo valore è in questo caso determinato da tutte le ruote del rotismo.

La (10.12-3) può essere letta in questo modo:

il rapporto di trasmissione di un rotismo composto è uguale al rapporto tra il prodotto del numero di denti (ovvero dei valori dei raggi primitivi) delle ruote mosse ed il prodotto dei numeri di denti (ovvero dei valori dei raggi primitivi) delle ruote motrici.

L'espressione del rapporto di trasmissione sopra riportata mostra che con i rotismi composti è possibile ottenere riduzioni o moltiplicazioni di velocità relativamente grandi.

10.13 Rotismi epicicloidali

Come è stato già detto, un rotismo si dice epicicloidale, se gli assi delle ruote intermedie non sono fissi, ma sono dotati di un moto di rotazione intorno agli assi delle ruote estreme del rotismo.

Il più semplice esempio di rotismo epicicloidale è rappresentato nella fig.10.13-1.

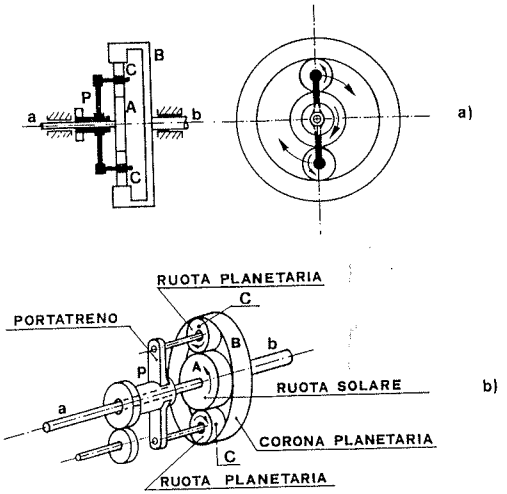


Fig. 10.13-1

Le ruote A e B hanno gli assi fissi e coincidenti, mentre le ruote C hanno gli assi mobili e sono portate da un organo P ruotante intorno all'asse comune di A e B, detto asse del rotismo.

Secondo le norme UNI 4760–75, Parte prima, la ruota estrema del rotismo se è a dentatura esterna (ruota A di fig.10.13-1) è detta ruota solare, mentre se è a dentatura interna (ruota B di fig.10.13-1) è detta corona di treno planetario, o corona planetaria; le ruote intermedie C sono denominate planetarie, oppure satelliti.

L'organo rigido P è denominato comunemente portatreno.

Le ruote A e B ed il portatreno assumono anche il nome di membri o elementi principali del rotismo.

Il nome di rotismo epicicloidale deriva dal fatto che i punti delle primitive delle ruote planetarie descrivono, nel piano del moto, delle epicicloidi.

Per comprendere il funzionamento del rotismo epicicloidale rappresentato in fig.10.13-1, supponiamo inizialmente che il portatreno sia fisso (v.fig.10.13-2,a) e quindi che il rotismo sia ordinario.

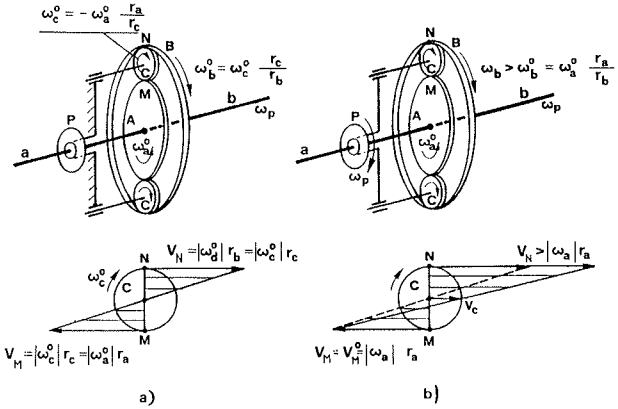


Fig. 10.13-2

In questo rotismo con il portatreno fisso, se indichiamo con ω_a° ed ω_b° le velocità angolari delle ruote A e B, e con ε_0 il rapporto di trasmissione, si ha:

$$\varepsilon_0 = \omega_a^\circ/\omega_b^\circ = -r_b/r_a = -z_b/z_a \qquad (10.13\text{-}1)$$

ε_0 risulta negativo in quanto i versi di rotazione delle ruote A e B sono opposti.

Consideriamo ora, isolato dal rotismo, uno dei planetari C, rappresentato in fig.10.13-2,a).

Detti M ed N i punti di contatto della primitiva di C con le primitive di A e B, si ha:

$$V_M^\circ = V_N^\circ = |\omega_a^\circ| r_a = |\omega_c^\circ| r_c = |\omega_b^\circ| r_b \qquad (10.13\text{-}2)$$

dove $\bar{V}_M^\circ$ e $\bar{V}_N^\circ$, velocità di M e di N, hanno i versi rappresentati in figura.